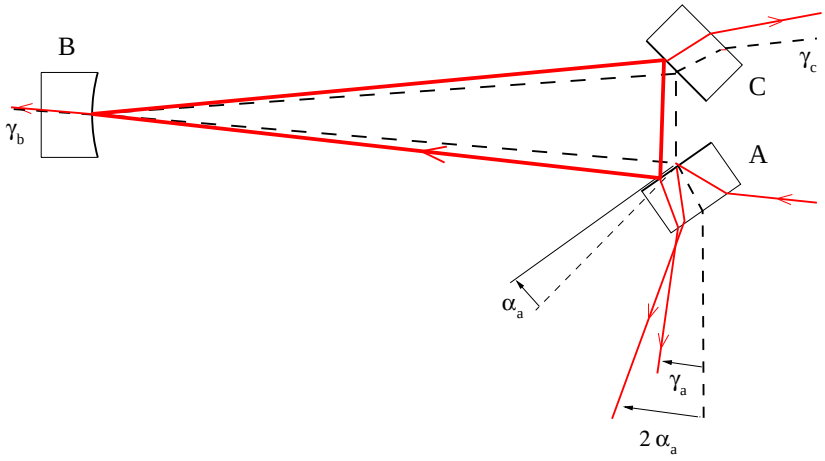
Autoalignment am GEO 600-Modecleaner

Diplomarbeit



Angefertigt unter Anleitung von Prof. Dr. K. Danzmann

am Institut für Atom- und Molekülphysik der Universität Hannover

von

Hartmut Grote

Hannover, Juni 1999

Autoalignment
am GEO 600-Modecleaner

Diplomarbeit

angefertigt am

Institut für Atom- und Molekülphysik der Universität Hannover

unter Anleitung von

Prof. Dr. K. Danzmann

von

Hartmut Grote

Hannover, Juni 1999

Inhaltsverzeichnis

Einleitung **1**

1 Grundlagen **3**

1.1 Etwas über optische Resonatoren 3

1.2 Kurze Problemstellung des Autoalignment 10

1.3 Differentielle Wellenfrontabtastung 12

1.4 Fehlersignalentstehung im Modenbild 14

1.4.1 Fehlersignalentstehung anschaulich 14

1.4.2 Fehlersignalentstehung genauer 15

1.4.3 Linsensystem im Strahlengang 21

1.5 Das Auflösungsvermögen der Methode 23

2 Experimenteller Aufbau **25**

2.1 Übersicht 25

2.2 Gewinnung der Fehlersignale 27

2.2.1 Berechnung der Modenverschiebungen 27

2.2.2 Fehlersignal der letzten zwei Freiheitsgrade 32

2.2.3 Berechnung des Linsensystems 33

2.3 Die Regelkreise 35

2.3.1 Funktion der Stellelemente 35

2.3.2 Die Regelfilter 41

3 Die Komponenten **45**

3.1 Die Strahlumlenker 45

3.1.1 Übersicht 45

3.1.2 Die Galvanometer-Scanner 45

3.1.3 Aufbau der Regelung 47

3.1.4 Die Regelung im Betrieb 51

3.2 Die Quadrantenkameras 53

3.2.1 Übersicht 53

3.2.2 Weiterentwicklung der Kamera 56

3.2.3 Demodulation 60

3.3 Pockelszellenansteuerung 63

3.3.1 Übersicht 63

3.3.2 Autotransformator 66

3.3.3 Wellenleiter als Impedanztransformator 68

4 Aufbau und Betrieb des Autoalignments **73**

4.1 Installation der Komponenten 73

4.1.1 Kameras 73

4.1.2 Einstellung der Strahlumlenker 74

4.2 Orthogonalisierung der Fehlersignale 75

4.3 Verstärkung der lokalen Regelungen 76

4.4 Das Autoalignment im Betrieb 78

4.4.1 Strahlumlenker 78

4.4.2 Autoalignment-Regelkreise 79

Zusammenfassung und Ausblick **81**

Anhang **83**

A Kleine Einführung in elektronische Regelungen **83**

A.1 Grundlagen 83

A.1.1 Das Prinzip einer Regelung 83

A.1.2 Frequenzverhalten des Regelkreises 86

A.1.3 Einige Anhaltspunkte zum Reglerentwurf 92

A.2 Elektronische Filter 93

A.2.1 Transienter Integrator 94

A.2.2 Transienter Differenzierer 95

A.2.3 $f^{1/2}$-Filter 96

A.2.4 $f^{-1/2}$-Filter 97

A.2.5 Zweipoliger Tiefpaß 98

B Auszüge aus den Schaltplänen **99**

B.1 Strahlumlenker 99

B.2 Quadrantenkameras 103

B.3 Autoalignment 104

Abbildungsverzeichnis **107**

Literaturverzeichnis **111**

Einleitung

Mit dem Ziel des direkten Nachweises von Gravitationswellen sind auf der Erde derzeit mehrere laserinterferometrische Detektoren im Bau, die alle auf Michelson-Interferometern mit Armlängen im km-Bereich basieren. Um die erforderliche relative Empfindlichkeit für Längenänderungen der Arme (in der Größenordnung $\Delta l/l = 10^{-22}$ m) zu erreichen, müssen einige fortgeschrittene optische Techniken zum Einsatz kommen, die in den letzten Jahren und Jahrzehnten entwickelt wurden und ständig modifiziert werden. Als Beispiele seien genannt : *Pound-Drever-Hall Stabilisierung, Power recycling, Signal recycling, Autoalignment*. (Siehe hierzu als nur eine kleine Auswahl von Literatur z.B. [6, 20, 27, 29].)

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Technik des Autoalignments wie sie am Gravitationswellendetektor GEO 600 und speziell an dessen Modenfilter-Resonatoren („Modecleaner“) zum Einsatz kommt. Das deutsch-britische Gemeinschaftsprojekt GEO 600 ist ein Michelson-Interferometer mit 600 m Armlänge, das zur Zeit in Ruthe bei Hannover in Betrieb genommen wird.

Um die winzigen Wirkungen einer Gravitationswelle auf die Armlängen messen zu können, müssen die optischen Komponenten als Pendel aufgehängt sein. Oberhalb seiner Resonanzfrequenz stellt ein Pendel einen guten Filter für Bewegungen des Aufhängepunktes dar, so daß seismische Bodenbewegungen, die ansonsten die empfindliche Messung stören würden, in dem gewünschten Frequenzbereich unterdrückt werden.

Bei kleineren Frequenzen verbleiben aber Drifts der an dünnen Drähten aufgehängten Komponenten. Über sehr große Zeiträume, also bei sehr kleinen Frequenzen, driftet alles: In einer Million Jahren wird ein Meter Gestein abgetragen. Für uns sind natürlich andere Drifts von Belang: Thermische Ausdehnung der Pendeldrähte und der Optik, Materialermüdung, Bodenbewegungen, ja sogar Änderungen der statischen Gravitationskräfte auf die optischen Komponenten durch sich bewegende Wissenschaftler!

Autoalignment ist eine Technik, mit der optische Komponenten eines Interferometers über lange Zeiten möglichst genau in ihrer optimalen Justierung gehalten werden. (Automatisches *alignment* – eine Vorrichtung, die selbsttätig und dauerhaft die Winkeljustierung von Komponenten übernimmt.)

Für die Modecleaner von GEO 600 wurde ein solches Autoalignmentsystem entwickelt, gebaut und getestet.

In **Kapitel 1** werden die theoretischen Grundlagen der Technik dargestellt. Nach einer kleinen Einführung in optische Resonatoren, wird die Methode der Differentiellen Wellenfrontabtastung vorgestellt und die Entstehung von Signalen für die Regelkreise des Autoalignments qualitativ und quantitativ gezeigt.

Kapitel 2 behandelt die experimentelle Realisierung des Autoalignments am Modecleaner von GEO 600, die Gewinnung der Fehlersignale anhand der konkreten Geometrie des Aufbaus, sowie die Dimensionierung der Regelkreise.

Für das Experiment wird viel Elektronik benötigt und die hierfür im Laufe dieser Arbeit weiterentwickelten Komponenten werden in Aufbau und Funktionsweise in **Kapitel 3** beschrieben. Sie sind nicht spezifisch für das Autoalignment der Modecleaner und können für das gesamte Autoalignment von GEO 600 und ähnliche Experimente verwendet werden.

Kapitel 4 beschreibt die Inbetriebnahme der Komponenten am Ort des Experiments in Ruthe und zeigt die Ergebnisse des Autoalignment zum Zeitpunkt des Abschlusses dieser Arbeit.

Im **Anhang** wird schließlich eine kurze Einführung in elektronische Regelungen gegeben, die einige dazu nützliche Schaltungen enthält. Der Anhang enthält außerdem detaillierte Auszüge aus den Schaltplänen der elektronischen Komponenten, auf die im Text verwiesen wird.

Kapitel 1

Grundlagen

1.1 Etwas über optische Resonatoren

Optische Resonatoren spielen eine wichtige Rolle bei Präzisionsexperimenten wie z.B. GEO 600 und sind in der Literatur vielfach detailliert beschrieben (z.B. [2, 28]). An dieser Stelle seien einige ihrer Eigenschaften, die für das weitere Verständnis wichtig sind, aufgeführt.

Ein optischer Resonator besteht aus zwei oder mehr gekrümmten oder planen Spiegeln, die so angeordnet sind, daß ein Lichtstrahl auf dem Weg von Spiegel zu Spiegel mehrfach denselben geometrischen Weg durchläuft und dadurch mit sich selbst interferiert. Bestimmte Kombinationen von Spiegel-krümmungen und -abständen ergeben dabei sog. *stabile* Resonatoren, bei denen das Licht den Resonator seitlich auch nach vielen Umläufen nicht verläßt [28].

Abbildung 1.1 zeigt schematisch zwei solche Resonatoren, wobei in diesen Beispielen jeweils ein Spiegel gekrümmt ist.

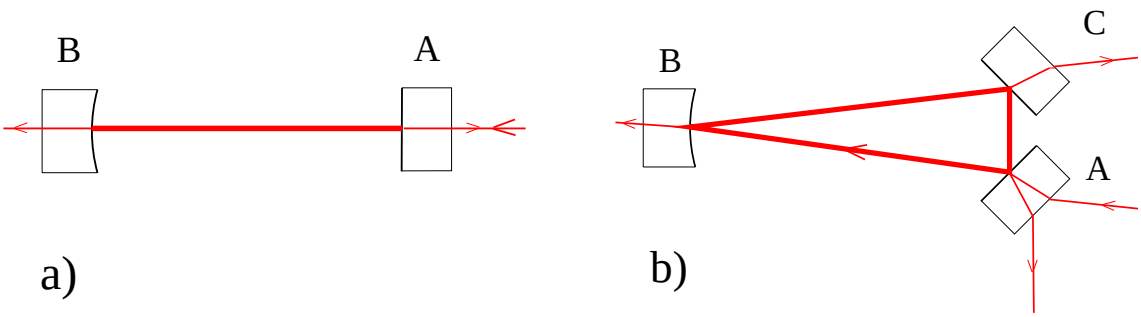


Abbildung 1.1: Optische Resonatoren bestehend aus zwei (a) und drei Spiegeln (b)

Durch die Spiegel A (die deshalb auch als *Einkoppelspiegel* bezeichnet werden) tritt ein Teil[1] des von rechts auf diese Spiegel gerichteten Lichtstrahls in die Resonatoren ein. Bei dem Resonator

[1] Ist T die Leistungtransmissivität des Spiegels (also der Anteil der auf den Spiegel treffenden Lichtleistung, der vom Spiegel durchgelassen wird), so wird $\sqrt{T}$ der *Amplitude* des Lichts transmittiert.

mit zwei Spiegeln im Bild (a) wird dieses Licht zwischen den Spiegeln A und B hin und her reflektiert, wobei bei jeder Reflexion entsprechend der Spiegeltransmissivitäten ein Teil der Lichtwelle den Resonator verläßt. Analog läuft das Licht im Resonator (b) in einer Richtung auf einem in sich geschlossenen Pfad zwischen den Spiegeln A, B und C.

Das an den Spiegeln nach außen transmittierte Licht interferiert mit Wellenzügen, die bei anderen Umläufen austreten, wobei die Phasenverschiebung zwischen zwei Wellenzügen von der Länge des optischen Weges im Resonator abhängt. Ebenso interferiert das bei der Reflexion an den Spiegeln *im* Resonator verbleibende Licht mit den Wellenzügen anderer Umläufe *im* Resonator.

Die ganze Anordnung heißt *Resonator*, weil die interferierenden Strahlen bei einer bestimmten Phasenlage zueinander maximal destruktiv bzw. konstruktiv interferieren. (Ausreichende Monochromasie und Kohärenzlänge des verwendeten Lichts seien vorausgesetzt.) Diese Resonanz tritt genau dann ein, wenn die geometrische Weglänge l eines kompletten Umlaufs im Resonator ein ganzzahliges Vielfaches der Lichtwellenlänge λ beträgt:

$$l = k\lambda, \qquad k \in \mathbf{N} \tag{1.1}$$

Die Phasenverschiebung $\delta\phi$ zwischen zwei Wellenzügen aufeinanderfolgender Umläufe ist gegeben durch $\delta\phi = 2\pi l/\lambda$ (modulo 2π, da für die Interferenzen nur die relative Phasenverschiebung wichtig ist).

Man kann die Phasenverschiebung $\delta\phi$ auch durch Frequenzen darstellen (das ist nur weniger anschaulich) :

$$\delta\phi = 2\pi(\nu_L - \nu_{Res})\frac{l}{c} \tag{1.2}$$

Dabei ist ν_L die Frequenz des Lichts, ν_{Res} eine Eigenfrequenz des Resonators und c die Lichtgeschwindigkeit. Als eine Eigenfrequenz des Resonators bezeichnet man eine Frequenz, bei der Licht (dieser Frequenz) im Resonator resonant ist.

Die Resonanzfrequenzen sind äquidistant, für sie gilt

$$\nu_{Res} = \frac{kc}{l} \qquad k \in \mathbf{N}\,, \tag{1.3}$$

wobei die Differenzfrequenz zweier aufeinanderfolgender Resonanzen auch *Freier Spektralbereich (FSR)* heißt, mit

$$FSR = \frac{c}{l}\,. \tag{1.4}$$

Man kann die Resonanzbedingung also auch so ausdrücken, daß eine Eigenfrequenz des Resonators mit der Lichtfrequenz übereinstimmen muß. Ist dies der Fall, so erhalten wir konstruktive

Interferenz der Wellenzüge *im* Resonator, und die zwischen den Spiegeln umlaufende Leistung beträgt ein Vielfaches der eingestrahlten Leistung. Wir erhalten ebenfalls konstruktive Interferenz und somit einen austretenden Strahl an allen Spiegeln, dessen relative Leistung von der Transmissivität der jeweiligen Spiegel abhängt. Einen solchen Strahl bzw. den Spiegel, an dem er transmittiert wird, nennt man auch *Ausgang* eines Resonators.

Etwas komplexer sind die Verhältnisse am Einkoppelspiegel. Man erhält auch dort einen durch den Spiegel nach außen transmittierten Strahl, der aber *destruktiv* mit dem am Einkoppelspiegel teilweise reflektierten einfallenden Strahl interferiert. Beim perfekt justierten Resonator mit zwei Spiegeln läuft dieser am Einkoppelspiegel reflektierte Strahl auf derselben Achse wie das einfallende Licht (aber in entgegengesetzte Richtung), beim Resonator mit drei Spiegeln hat er eine andere Richtung als der einfallende Strahl (vgl. Abbildung 1.1). Im Resonanzfall wird also insgesamt *weniger* Licht am Einkoppelspiegel reflektiert.

Im verlustfreien resonanten Fall kann somit die volle eingestrahlte Lichtleistung an einem Ausgang des Resonators zur Verfügung stehen. Ist der Resonator nicht abgestimmt, so wird fast die volle eingestrahlte Leistung am Einkoppelspiegel reflektiert.

Um die Interferenz der austretenden Strahlen anschaulich zu verdeutlichen sind in Abbildung 1.2 der resonante Fall und ein verstimmter Fall im sog. Phasorendiagramm dargestellt. In diesem Diagramm beschreibt die Länge jedes Pfeils eine Amplitude, und der Winkel, den der Pfeil mit der Ordinate einschließt, beschreibt seine relative Phase in Bezug auf eine Referenzphase. Jeder dünne

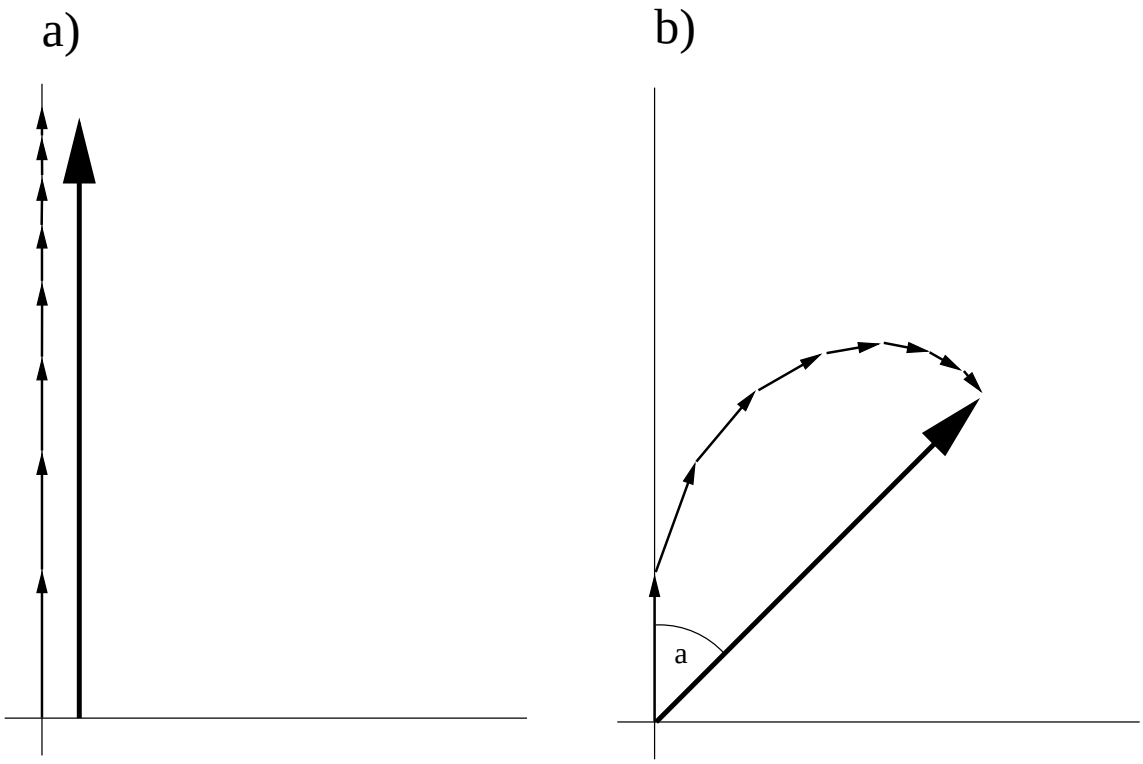


Abbildung 1.2: Phasorendiagramm des resonanten und verstimmten Falls eines Resonators

Pfeil in Abbildung 1.2 entspricht einer elektrischen Lichtamplitude nach Austritt eines Teilstrahls aus dem Resonator. Durch die Verluste des Resonators (inklusive der Transmission am Auskoppelspiegel) werden die Amplituden bei jedem Umlauf im Resonator kleiner, was hier übertrieben dargestellt ist, um eine schnelle „Konvergenz“ der Zeichnung zu ermöglichen.

Im resonanten Fall (a) haben alle Pfeile die gleiche Phase zueinander und addieren sich in einer Richtung. Der dickere Pfeil zeigt die resultierende Amplitude. Im Diagramm (b) ist der Resonator um $\delta\phi = 20^\circ$ verstimmt, so daß jede interferierende Amplitude eine entsprechende Phasenverschiebung erfährt, im Phasorendiagramm also eine Drehung um 20°. Das Beispiel zeigt, daß eine Verstimmung des Resonators von nur 20° eine größere Phasenverschiebung a der Summenamplitude bewirkt, die durch den dickeren Pfeil dargestellt ist. Ebenso ist die Leistung (die proportional zum Quadrat der Summenamplitude ist) im Fall (b) deutlich kleiner als in (a). Dies wollen wir quantitativ angeben:

Lichtleistungen, Linienbreite und Finesse

Betrachten wir einen Resonator mit zwei Spiegeln A und B (wie in Abbildung 1.3), mit den Leistungsreflektivitäten R_A, R_B und Transmissivitäten T_A, T_B. Addiert man die elektrischen Feldamplituden im Resonator und nimmt einen Verlustfaktor von

$$g_l = \sqrt{R_A R_B e^{-\alpha l}} \tag{1.5}$$

für einen Umlauf der Länge l mit dem Verlustkoeffizient α für Absorption und Streuung, so führt das nach Berechnung der auf die Eingangsleistung normierten Lichtleistungen ([2], S.118) auf

$$\frac{P_{\text{aus}}}{P_{\text{ein}}} = \frac{T_A T_B \text{Re}(g(\nu))}{\sqrt{R_A R_B}|1-g(\nu)|^2}, \tag{1.6}$$

$$\frac{P_{\text{refl}}}{P_{\text{ein}}} = \frac{|R_A - g(\nu)|^2}{R_A|1-g(\nu)|^2}, \tag{1.7}$$

$$\frac{P_{\text{res}}}{P_{\text{ein}}} = \frac{T_A}{|1-g(\nu)|^2}. \tag{1.8}$$

Der Faktor $g(\nu) = g_l e^{-i\delta\phi}$ faßt die Verluste eines Umlaufs mit der Phasenverschiebung zusammen. Für die Berechnung wurden Verluste *in* den Spiegeln vernachlässigt, so daß $R_A + T_A = R_B + T_B = 1$ gilt.

Abbildung 1.3 zeigt die nach (1.6) bis (1.8) berechneten normierten Lichtleistungen für die Leistung *im* Resonator, am *Ausgang* (Spiegel B) des Resonators und in dem vom Einkoppelspiegel (A) *reflektierten* Strahl als Funktion von $\delta\phi$. Man beachte, daß letzterer gedacht werden kann als die Superposition des an Spiegel A direkt reflektierten Anteils des von außen einfallenden Strahls, sowie des bei jedem Umlauf aus dem Resonator „herausleckenden“ Lichts. Als Parameter wurden gewählt: $l = 2\,\text{m}$, $\alpha = 10^{-3}/\text{m}$, $R_A = 0.9481$, $R_B = 0.95$ (impedanzangepaßter Fall, siehe

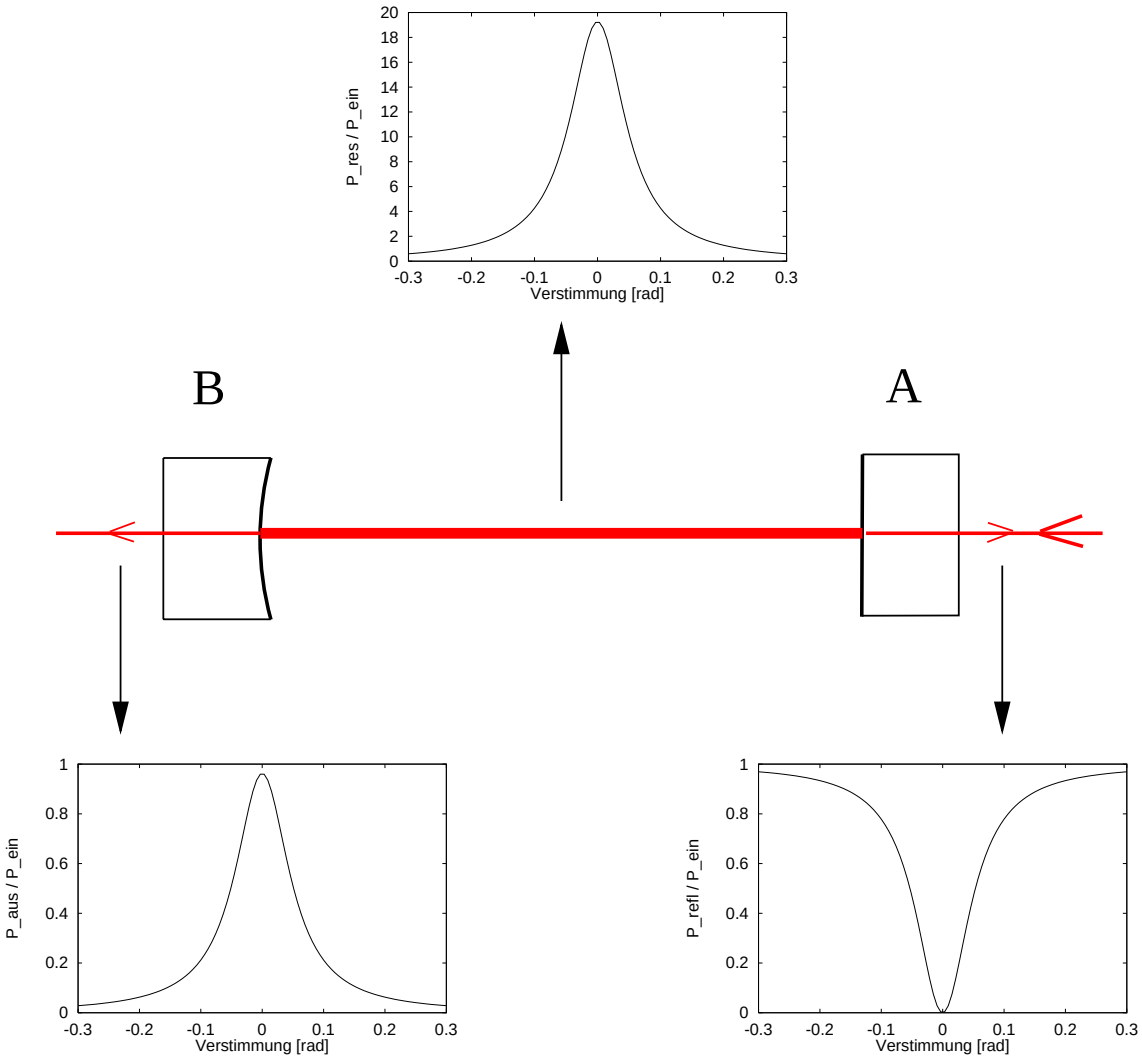


Abbildung 1.3: Normierte Leistungen in Abhängigkeit von der Verstimmung eines Resonators. Es sind die Lichtleistungen im Resonator, am Ausgang von Spiegel B und in dem vom Resonator am Einkoppelspiegel A reflektierten Strahl dargestellt. Parameter siehe Text.

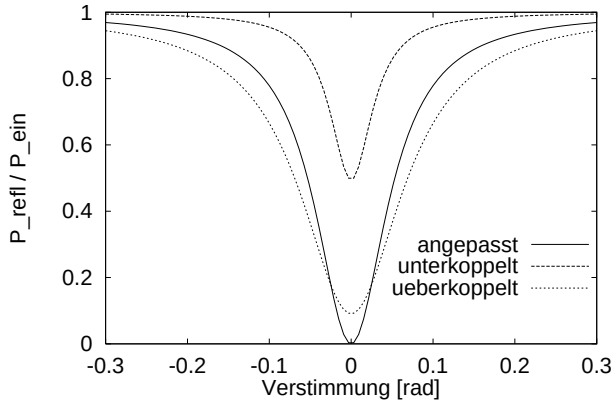


Abbildung 1.4: Reflektierte Leistung in Abhängigkeit von der Verstimmung eines Resonators; verschiedene Verhältnisse der Spiegelreflektivitäten als Parameter

Gl. (1.12)). Bei einer Lichtwellenlänge λ von z.B. 500 nm entspricht das nach $\Delta l = \lambda\delta\phi/(2\pi)$ einer Positionsverschiebung eines Spiegels von nur ± 11.9 nm.

Man kann zeigen, daß die Linienbreite der Resonanz γ gegeben ist durch

$$\gamma = \frac{FSR(1-g_l)}{\pi\sqrt{g_l}}. \tag{1.9}$$

Schließlich definiert man die *Finesse F* eines Resonators als

$$F = \frac{FSR}{\gamma} = \frac{\pi\sqrt{g_l}}{1-g_l}. \tag{1.10}$$

Sie ist nur vom Verlustfaktor g_l abhängig und wird als Maß für die „Qualität“ eines Resonators verwendet.

Impedanzanpassung

Für das Verhältnis der Spiegelreflektivitäten R_A/R_B sind drei Fälle zu unterscheiden:

$$R_A/R_B > e^{-\alpha l} \quad \text{unterkoppelt} \tag{1.11}$$
$$R_A/R_B = e^{-\alpha l} \quad \text{impedanzangepaßt} \tag{1.12}$$
$$R_A/R_B < e^{-\alpha l} \quad \text{überkoppelt} \tag{1.13}$$

Als Beispiel für diese drei Fälle sei in Abbildung 1.4 die Leistung des vom Resonator reflektierten Strahls betrachtet.

Ist der Resonator impedanzangepaßt, so sieht man, daß die reflektierte Leistung bei Resonanz auf null zurückgeht. Die ganze eingestrahlte Leistung verteilt sich dann auf die Verluste im Resonator und die austretende Lichtleistung. In beiden anderen Fällen wird vom Resonator auch auf der Resonanz Licht am Einkoppelspiegel zurückreflektiert. Der impedanzangepaßte Fall ist einerseits nicht leicht zu erreichen, da man das Verhältnis von Reflektivitäten zu Verlusten nicht exakt einstellen kann, andererseits ist dieser Fall aber auch nicht immer erstrebenswert, wenn man z.B. den reflektierten Strahl nutzen will, um Informationen über den Resonanzzustand zu erhalten.

Mit einer Modulationstechnik kann man dann aus dem reflektierten Strahl die Phase des Resonators (also seine momentane Abweichung von der Resonanz) vorzeichenrichtig detektieren, wodurch es möglich wird, die Länge des Resonators mit einer elektronischen Rückkopplung zu regeln. (*Pound-Drever-Hall Stabilisierung*, siehe z.B. [7, 26]) Wie wir noch sehen werden, wird dieser Strahl ebenfalls für die Technik des Autoalignment benutzt.

Modenanpassung

Bisher haben wir nur die longitudinalen Moden eines Resonators (man bezeichnet die resonanten Schwingungsformen auch als *Moden* oder *Eigenmoden*) betrachtet, das elektromagnetische Feld im Resonator hat aber auch eine transversale Verteilung.

Zerlegt man diese nach einem Basissystem (z.B. Hermite), so erhält man die sog. TEM_{lm}-Moden, mit den Indizes $l, m \in 0, 1, 2, \ldots$ (siehe die Zerlegung in Gl. (1.14)). Die Zerlegung der Feldverteilung nach transversalen Moden ist nicht nur ein mathematischer Konstrukt, sondern die TEM_{lm}-Moden bilden ein Basissystem von Eigenmoden des Resonators, nach denen das einfallende Licht zerlegt wird. Bei fast allen Resonatorenformen sind bei einer gegebenen longitudinalen Eigenschwingung immer nur eine oder wenige transversale Moden resonant.[2] Das liegt daran, daß sich die transversalen Moden eines Resonators aufgrund einer zusätzlichen Phasenverschiebung (der sog. *Guoyphase*, Gl. (refguoy)) in ihren Resonanzfrequenzen unterscheiden, wodurch von außen eingestrahlte, nicht resonante Anteile weitgehend am Einkoppelspiegel reflektiert werden.

Will man möglichst viel Leistung in einen Resonator einkoppeln, so ist neben der Impedanzanpassung auch eine Modenanpassung wichtig, d.h. die eingestrahlte Mode muß der resonanten Mode möglichst gut entsprechen. Anschaulich bedeutet die Modenanpassung, daß sowohl der Strahldurchmesser als auch die Krümmung der einfallenden Wellenfronten möglichst gut mit dem Strahldurchmesser und der Krümmung der Wellenfronten der resonanten Mode übereinstimmen müssen.

Neben den zwei Freiheitsgraden der Übereinstimmung der Achsen von einfallendem Strahl und Eigenmode des Resonators für das *Alignment* hat man also die zwei weiteren Freiheitsgrade des Strahldurchmessers und der Krümmung der Wellenfronten für die *Modenanpassung*.

Anwendungen optischer Resonatoren

Optische Resonatoren werden für viele Zwecke benutzt [2]:

- Laser bestehen aus optischen Resonatoren, wobei sich das Lasermedium zur Aufrechterhaltung der Lichtemission im Resonator befindet. Die Eigenschaften des Laserstrahls werden hier durch die Geometrie des Resonators bestimmt. Insbesondere bestimmt die Länge des Resonators die Frequenz des emittierten Lichts (innerhalb des Verstärkungsprofils des Mediums), und Abstand und Krümmungsradius der Spiegel bestimmen die Geometrie des Laserstrahls.
- Resonatoren dienen als Frequenzdiskriminatoren (also als optische Spektrumanalysatoren), wenn man die Länge des Resonators periodisch variiert. Detektiert man das transmittierte Licht, so erhält man ein Frequenzprofil des einfallenden Strahls.

[2] Lediglich beim konfokalen Resonator – bei dem die Krümmungsmittelpunkte der Spiegel jeweils im Mittelpunkt des anderen Spiegels liegen – sind alle transversalen Moden gleichzeitig resonant.

- Geometrisch sehr stabile Resonatoren werden als Frequenzreferenzen (engl. *reference cavities*) z.B. zur Laserstabilisierung benutzt. Mißt man die Verstimmung der eingestrahlten Frequenz gegen die Frequenz des Resonators, so kann man über eine Rückkopplung die Laserfrequenz auf eine Resonanz der reference cavity stabilisieren.
- Das gegenüber der eingestrahlten Lichtleistung im Resonator stark überhöhte Lichtfeld kann benutzt werden, um die Effizienz nichtlinearer Prozesse zu steigern, oder um sehr schwach konzentrierte Stoffe im Resonator nachzuweisen (z.B. Cavity-ring-down Spektroskopie).
- In vielen Präzisionsexperimenten mit Laserlicht will man einen möglichst „reinen“ Strahl, womit die gaußförmige TEM_{00}- Mode gemeint ist. Durch die Eigenschaft eines Resonators, einfallendes Licht in transversale Eigenmoden zu zerlegen, kann man mit einem geeignet dimensionierten Resonator einen solchen gereinigten Strahl erhalten, der fast nur aus einer TEM_{00}-Mode (nämlich der Eigenmode des Resonators) besteht. Auf diese Weise benutzt, wird der Resonator als Modenfilter (engl. *Modecleaner*) bezeichnet.

1.2 Kurze Problemstellung des Autoalignment

Zu dem im letzten Abschnitt genannten Zweck der Modenfilterung dienen bei GEO 600 zwei Resonatoren, bestehend aus jeweils drei Spiegeln wie in Abbildung 1.1 dargestellt. Diese Modecleaner werden nacheinander vom Nutzlicht durchlaufen, bevor der Strahl in das Michelson-Interferometer eintritt. Wie in der Einleitung erwähnt, sind die Spiegel dieser Modecleaner als Pendel aufgehängt, und zur Minimierung von Absorption, Streuung, fluktuierenden Brechungsindizes und akustischen Störungen befindet sich die ganze Anordnung im Hochvakuum bei ca. 10^{-8} mbar.

Die Spiegelstellungen legen die Achse der gewünschten Gauß´schen Eigenmode des Resonators im Raum fest. Weicht diese Achse von der Achse des eintretenden Strahls ab, so enthält die Zerlegung des einfallenden Strahls nach den Eigenmoden des Resonators Anteile von höheren (d.h. nicht gaußförmigen) transversalen Moden, die vom Resonator reflektiert werden. Im Koordinatensystem des Modecleaner enthält der einfallende Strahl also auch dann höhere transversale Moden, wenn er in seinem eigenen System gaußförmig erscheint. Der Modecleaner wirkt somit auch Strahlfluktuationen (*beam-jitter*) des eintretenden Strahls entgegen. Bei Frequenzen, bei denen die Spiegel aufgrund der Pendelaufhängung sehr ruhig hängen, also z.B. ab 50 Hz aufwärts, ist dieser Effekt gewünscht. Das Koordinatensystem des Modecleaner definiert dann den austretenden Nutzstrahl für das weitere Experiment. Der Preis, den man für die Modenreinigung des eintretenden Strahls bezahlt, sind kleine Leistungsfluktuationen am Ausgang des Modecleaners. Um aber bei kleinen Frequenzen möglichst wenig Leistung zu verlieren, ist es wichtig, daß die Achse des Resonators dem eintretenden Strahl entspricht.

Wie kann man also als Pendel aufgehängte Resonatorspiegel möglichst genau in die für den Resonator optimalen Winkel bringen und sie dort über lange Zeiten (Sekunden, Minuten, ... , Monate) halten? Oder anders formuliert : Wie kann man die Achse des Resonator-Eigenmodes genau auf den in den Resonator eintretenden Strahl ausrichten und dort halten?

Nun, mit einer Regelung natürlich.

Und wie genau kann man dieses Ziel erreichen?

Das hängt im Wesentlichen von der Genauigkeit ab, mit der der jeweilige Winkel, um den der Spiegel von seiner gewünschten Position abweicht, gemessen werden kann. Dieser Winkel dient uns als sog. „Fehlersignal“, womit gemeint ist, daß es die Information über die Fehlstellung des Spiegels enthält, die dann von der Regelung zur Korrektur dieser Fehlstellung benutzt wird.

Eine naheliegende Idee zur Gewinnung dieser Fehlersignale wäre, jeden einzelnen Spiegelwinkel direkt in Bezug auf einen festen Referenzpunkt zu bestimmen: Spiegelgalvanometer z.B. , bei denen ein drehbar aufgehängter Spiegel einen Lichtstrahl auf eine Skala reflektiert, erreichen eine große Winkelauflösung des zu messenden Spiegelwinkels durch einen großen Hebelarm, also einen langen Lichtweg vom Spiegel zur Skala.

Mit den in Kapitel 3.2 beschriebenen Quadrantenkameras läßt sich die Position eines Strahls (bei kleinen Frequenzen) mit einer Auflösung von ca. $0.1\,\mu$m bestimmen. Nehmen wir einen Hebelarm bis zur Quadrantenkamera von $z = 2\,\text{m}$ an[3] , so ergibt sich für kleine Winkel mit $\varphi \approx \Delta x/z$ eine Winkelauflösung von $0.05\mu\,$rad.

Das liegt zwar größenordnungsmäßig im Bereich der Anforderungen an die Winkelfluktuationen der Modecleanerspiegel von GEO 600, ein solcher Aufbau hat aber den Nachteil, daß er (wie auch die Spiegel) mit der Zeit driftet, wodurch sich die Referenzpunkte verschieben.

Eine solche absolute Detektion der Spiegelwinkel ist einerseits aufgrund dieser Drifts bei kleinen Frequenzen nicht genau genug, andererseits hätte man mit den Spiegelwinkeln *allein* noch keine Information darüber, wie gut die Strahlachsen von Resonator und einfallendem Strahl übereinanderliegen, so daß die maximale Lichtleistung den Modecleaner passieren kann.

Man braucht also eine genauere Methode der Winkeldetektion, die keinen mechanischen Drifts unterworfen ist, und die zugleich eine Information über den Grad der Übereinstimmung der Achsen von Grundmode des Resonators und einfallendem Strahl enthält.

Hier sind drei solche Methoden:

- Direktes Modulieren der Spiegelwinkel
  Hierbei wird an jedem zu regelnden Freiheitsgrad der Resonatorspiegel mit einer festen aber jeweils unterschiedlichen Frequenz „gewackelt“. Demodulation der vom Resonator reflektierten oder transmittierten Lichtleistung mit diesen Frequenzen liefert Fehlersignale. Das ist sicher nicht die optimale Lösung für einen Gravitationswellendetektor: Alle Komponenten sollen hier möglichst ruhig hängen. Um keine Störung der Messung einzufügen, müßte man mit Frequenzen modulieren, die deutlich kleiner sind als die Gravitationswellenfrequenzen, die man messen will. Kleine Modulationsfrequenzen führen dann aber auch zu einer nochmals deutlich kleineren Frequenz, bis zu der man regeln könnte.

[3] Ein größerer Hebelarm z trägt nicht zu einer größeren Auflösung bei, wenn der Durchmesser des verwendeten Strahls linear mit dem Hebelarm zunimmt. Für einen Gauß´schen Strahl ist das oberhalb seiner Rayleighlänge der Fall.

- Die “Anderson”-Methode [1]
  Bei dieser Methode wird der auf den Resonator auftreffende Strahl zuvor mit einer Frequenz phasenmoduliert, die der Differenzfrequenz zwischen Fundamentalmode und erstem höheren Mode des Resonators entspricht. Mit einer Quadrantendiode[4] wird das vom Resonator *transmittierte* Licht detektiert.

- Differentielle Wellenfrontabtastung, z.B. [22, 23]
  Bei dieser bei GEO 600 verwendeten Methode wird ebenfalls der auf den Resonator treffende Strahl phasenmoduliert, die Modulationsfrequenz ist aber weitgehend frei wählbar. (Sie darf gerade nicht die Differenzfrequenz zwischen Fundamentalmode und einem höheren Mode sein.) Mit einer Quadrantendiode wird hier das vom Resonator am Einkoppelspiegel *reflektierte* Licht detektiert. Dieses Licht besteht ja aus einem Teil des beim Eintritt in den Resonator reflektierten (und also phasenmodulierten) Strahls sowie aus dem Licht, welches aus dem Resonator „herausleckt“ und somit die räumliche Lage des Eigenmodes des Resonators beschreibt. Mit Hilfe der Quadrantendiode wird der Winkel zwischen den Wellenfronten dieser beiden Strahlen gemessen – dazu mehr im folgenden Abschnitt.

1.3 Differentielle Wellenfrontabtastung

Haben wir einen optischen Resonator, dessen Achse der Grundmode genau mit der Achse des einfallenden Strahls übereinstimmt, so liegen der direkt reflektierte und der aus dem Resonator austretende Strahl exakt übereinander. Ändert die Grundmode des Resonators aufgrund von Winkeländerungen der Resonatorspiegel ihre Lage im Raum, so stehen direkt reflektierter und austretender Strahl z.B. in einem Winkel zueinander. Diesen Winkel wollen wir als Fehlersignal für unsere Regelung benutzen, die die Resonatorspiegel immer im richtigen Winkel halten soll. Der Winkel zwischen den beiden Strahlen ist aber sehr klein und einer direkten Messung nicht zugänglich, weil sich die Strahlen praktisch immer als *ein* Strahl darstellen.

Hier wird die Methode der „Differentiellen Wellenfrontabtastung“ genutzt. Nimmt man zum anschaulichen Verständnis zunächst ebene Wellenfronten der beteiligten Strahlen an, so sieht man unmittelbar, daß der Winkel zwischen den Wellenfronten gleich dem Winkel zwischen den Strahlachsen ist.

Abbildung 1.5 zeigt das Prinzip der Differentiellen Wellenfrontabtastung zur Winkelmessung zwischen zwei Wellenfronten: Die durchgezogenen Linien symbolisieren fortlaufende ebene Wellenfronten zweier in einem Winkel zueinander stehender Strahlen. Einer dieser beiden Strahlen ist mit einer Radiofrequenz phasenmoduliert (z.B. 10 - 40 MHz), was anschaulich bedeutet, daß seine Wellenfronten mit dieser Frequenz hin und her „wackeln“, angedeutet durch die gestrichelten Linien.

Betrachtet man das so enstehende Interferenzmuster mit einer geteilten Photodiode (D1,D2), so hat die Komponente im Interferenzmuster, die mit der Radiofrequenz variiert, auf den beiden Dioden

[4] Das ist eine Photodiode bestehend aus vier einzelnen Dioden, deren aktive Flächen jeweils ein Viertel einer Kreisfläche bilden.

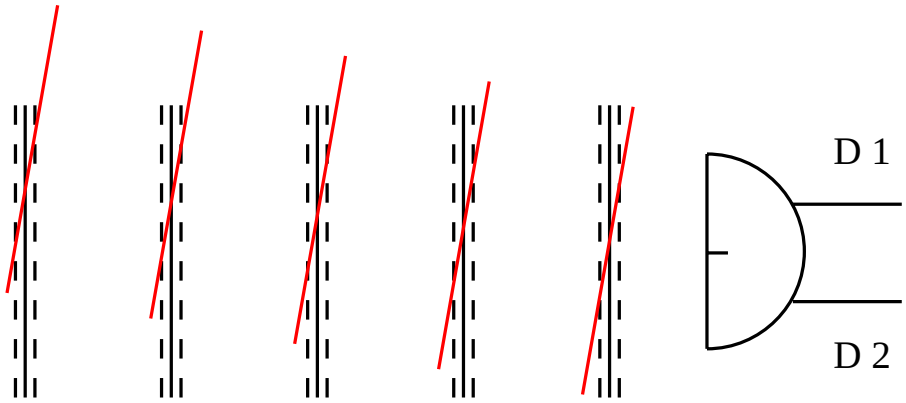


Abbildung 1.5: Differentielle Wellenfrontabtastung : Messung des Winkels zwischen Wellenfronten mit einer geteilten Photodiode; ein Strahl ist Phasenmoduliert

jeweils entgegengesetztes Vorzeichen. Bildet man die Differenz zwischen den Photoströmen der Dioden, so erhält man ein Signal, welches in erster Näherung proportional zum Winkel zwischen den Wellenfronten ist und außerdem eine Vorzeicheninformation enthält, wodurch es als Regelsignal nutzbar wird. Benutzt man eine Quadrantendiode, so kann man den Winkel zwischen den Wellenfronten in zwei zueinander senkrechten Richtungen messen und erhält somit Informationen über zwei Freiheitsgrade.

Wie wir bei der Herleitung der Fehlersignale noch sehen werden, ist die Differentielle Wellenfrontabtastung eine Methode zur Winkelmessung zwischen zwei Strahlen, die eine feste Phasenbeziehung zueinander haben (also aus der gleichen Quelle stammen) und von denen genau einer phasenmoduliert ist. Die durchschnittliche Phasenbeziehung (gemittelt über den Strahlquerschnitt) darf sich dabei nicht ändern, sie wird in der Praxis von einer Regelung kostant gehalten.[5]

Im Falle eines in der Länge geregelten Resonators (dessen Eigenfrequenz also auf die eingestrahlte Lichtfrequenz geregelt wird) sind diese Bedingungen erfüllt: Bei der Pound-Drever-Hall-Regelung wird der in den Resonator eintretende Strahl phasenmoduliert und der am Einkoppelspiegel reflektierte Strahl detektiert.[6] Der am Einkoppelspiegel direkt reflektierte Anteil dieses Strahls ist weiterhin phasenmoduliert, während das aus dem Resonator austretende Licht keine (oder nur noch vernachlässigbar kleine) Phasenmodulation mehr besitzt. Weil der Resonator von der Regelung in Resonanz mit dem eingestrahlten Licht gehalten wird, haben reflektierter und herausleckender Strahl eine feste Phasenbeziehung. Wir können also mit einer Quadrantendiode und der Differentiellen Wellenfrontabtastung den Winkel zwischen diesen Strahlen bestimmen.

Der Strahl der aus dem Resonator „herausleckt“, repräsentiert stets die Lage der Eigenmode des Resonators im Raum, und sein Vergleich mit dem in den Resonator eintretenden Strahl gibt uns die Informationen über die räumliche Übereinstimmung zwischen Resonator-Eigenmode und hereinkommendem Strahl. Das ist das Ziel, das wir mit der Winkelregelung der Resonatorspiegel (also

[5] Durch die Phasenmodulation des einen Strahls ist die Phasenbeziehung zwischen den beiden Strahlen nur im zeitlichen Mittel konstant.

[6] Das geschieht entweder mit einer einzelnen Photodiode, die über den ganzen Strahlquerschnitt integriert, oder mit einer Quadrantendiode, bei der die Summe der vier Photoströme ausgewertet wird.

mit dem Autoalignment) erreichen wollen: Eine möglichst genaue Ausrichtung der Eigenmode des Resonators auf den eintretenden Strahl.

Um den Zusammenhang zwischen der räumlichen Verlagerung der Eigenmode des Resonators und dem Verhalten des austretenden und reflektierten Strahls zu finden, ist es notwendig von ebenen Wellen zu den realen Gauß´schen Wellen des Resonators überzugehen, um damit die detektierbaren Fehlersignale zu berechnen.

Um schließlich eine Regelung der Spiegelwinkel bauen zu können, müssen wir noch den genauen Zusammenhang kennen zwischen der Verschiebung der Eigenmode des Resonators und den diese verursachenden Verkippungen der Spiegel. Dies wird in Kapitel 2 für die Geometrie der GEO 600 Modecleaner untersucht.

1.4 Fehlersignalentstehung im Modenbild

1.4.1 Fehlersignalentstehung anschaulich...

Im allgemeinen wird die Lage zweier Strahlachsen zueinander durch zwei Freiheitsgrade pro Ebene beschrieben, eine Parallelverschiebung und einen Winkel, die wir nun nacheinander betrachten.

Abbildung 1.6 zeigt die Wellenfronten zweier Gauß´scher Strahlen in der Umgebung ihrer Taillen (an der Taille sind die Wellenfronten eben und der Strahlradius ist minimal). Gedanklich befinden wir uns hier an der Taille eines Resonators, wobei wir ein Koordinatensystem so gewählt haben, daß die z-Achse die Ausbreitungsrichtung der Strahlen beschreibt und der in den Resonator einfallende Strahl seine Taille im Ursprung hat.

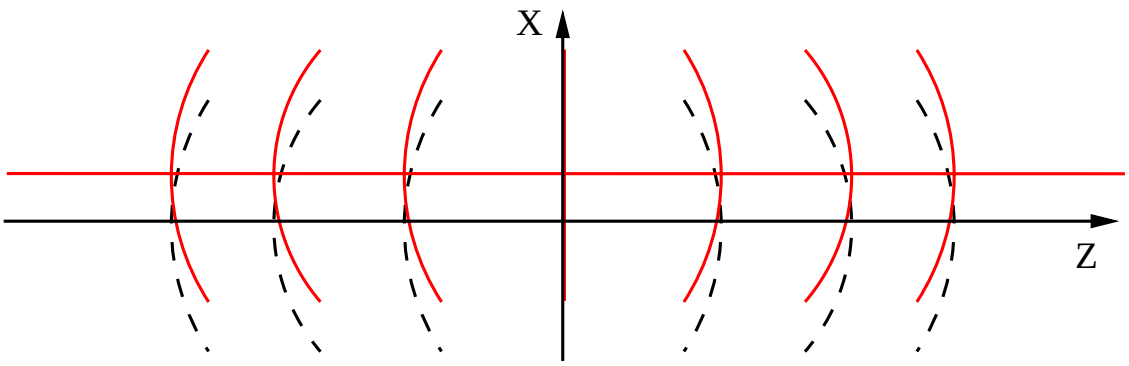


Abbildung 1.6: Parallelverschiebung eines Gauß´schen Strahls an der Taille

Die Grundmode des Resonators bildet den zweiten Strahl, der hier gegenüber dem Koordinatensystem des einfallenden Strahls um einen kleinen Betrag parallelverschoben ist. Man erkennt

qualitativ, daß an der Taille der Strahlen (bei z = 0) kein Winkel zwischen den Wellenfronten resultiert, wohl aber im Fernfeld.

Abbildung 1.7 zeigt dagegen eine gegen den einfallenden Strahl leicht verkippte Grundmode des Resonators. Die Drehachse verläuft durch den Ursprung, und wir bekommen einen Winkel zwischen den Wellenfronten an dieser Stelle. Im Fernfeld geht dieser Winkel zwischen den Wellenfronten gegen null, aber es ergibt sich eine Verschiebung der Strahlmittelpunkte gegeneinander.

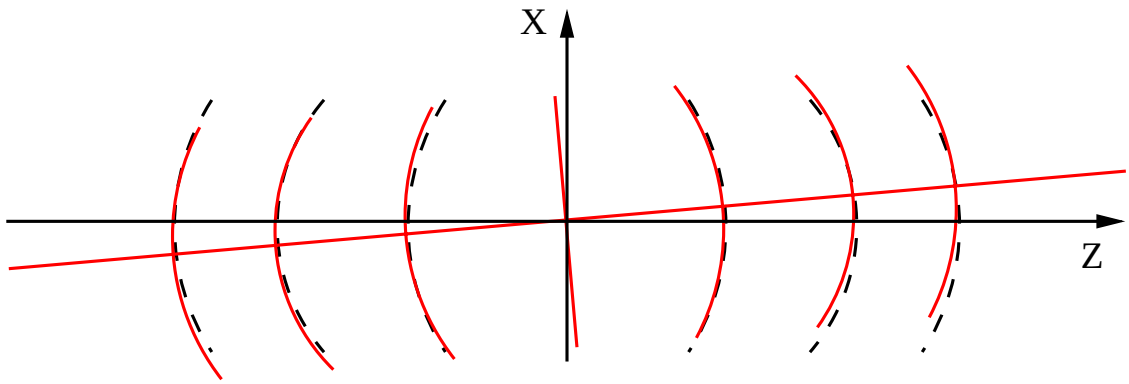


Abbildung 1.7: Strahlverkippung eines Gauß´schen Strahls an der Taille

Wenn wir also den Winkel zwischen den Wellenfronten in der Nähe der Taille und an einer Stelle im Fernfeld messen – und zwar jeweils in zwei Ebenen mit einer Quadrantendiode –, so haben wir Informationen über die vier Freiheitsgrade, die die Lage des Resonatormodes in Bezug auf den einfallenden Strahl beschreiben.

1.4.2 Fehlersignalentstehung genauer...

Zerlegen wir die elektrische Feldamplitude in einem optischen Resonator mit der Strahlrichtung z, nach den Gauß-Hermite-Moden, so erhalten wir (siehe z.B. [33]):

$$E(x,y,z) = \sum_{l,m} a_{lm} \frac{w_0}{w(z)} u_l(x,z) u_m(y,z)\, e^{i\left((l+m+1)\eta(z) - k\frac{x^2+y^2}{2R(z)}\right)}\, e^{i(\omega t - kz)} \tag{1.14}$$

Dabei sind a_{lm} die Entwicklungsfaktoren, w_0 ist der Strahlradius an der Taille und k die Wellenzahl mit $k = 2\pi/\lambda$ und λ als Wellenlänge des Lichts.

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}} \tag{1.15}$$

ist der Strahlradius am Ort z,

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \tag{1.16}$$

ist die Raleigh-Länge,

$$\eta(z) = \arctan\frac{z}{z_R} \tag{1.17}$$

ist die Guoy-Phase,

$$R(z) = z\left(1 + \frac{z_R^2}{z^2}\right) \tag{1.18}$$

ist der Krümmungsradius der Wellenfronten, und schließlich sind

$$u_i(x,z) = C_i H_i \frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\, e^{-\frac{x^2}{w^2(z)}} \tag{1.19}$$

die Modenfunktionen mit den Hermite-Polynomen H_i und den Normalisierungsfaktoren C_i. Es wird nur eine Polarisationsrichtung betrachtet, so daß wir E hier als skalare Größe benutzen können.

Da wir im folgenden nur kleine Abweichungen von der TEM_{00}-Mode betrachten wollen, genügen uns hier zur Approximation die ersten beiden Modenfunktionen u_0 und u_1, mit

$$u_o(x,z) = C\, e^{-\frac{x^2}{w^2(z)}}\ , \tag{1.20}$$

$$u_1(x,z) = C\frac{2x}{w(z)}\, e^{-\frac{x^2}{w^2(z)}}\ , \tag{1.21}$$

wobei

$$C = \sqrt[4]{\frac{2}{\pi w^2(z)}}\,. \tag{1.22}$$

Mit dieser Normierung ist $\int_{-\infty}^{+\infty}(u_0(x,z))^2\,dx = \int_{-\infty}^{+\infty}(u_1(x,z))^2\,dx = 1$.

Weiterhin können wir uns auf eine Raumrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung beschränken – die Behandlung der anderen ist äquivalent, und wir unterdrücken den Propagationsterm $e^{i(\omega t - kz)}$, da wir nur an statischen (aus der Geometrie resultierenden) und durch Modulation verursachten Phasenverschiebungen zwischen interferierenden Strahlen interessiert sind.

Wir betrachten nun den phasenmodulierten einfallenden Strahl als Referenzstrahl, dessen Ausbreitungsrichtung mit der z-Achse eines als Bezug dienenden Koordinatensystems zusammenfällt, wobei die Strahltaille im Ursprung liegt. Wir nehmen an, daß der einfallende Strahl durch eine TEM_{00}-Mode genau genug beschrieben ist und untersuchen, wie wir einen gegen diesen verkippten oder verschobenen zweiten Strahl in unserem gewählten Koordinatensystem entwickeln können (perfekte Modenanpassung sei vorausgesetzt).

An der Taille (z = 0) läßt sich das elektrische Feld des einfallenden Strahls schreiben als $E_1(x,0) = a_0 u_0(x,0)$ (Siehe Gl. (1.14)). Ein dazu parallelverschobener Strahl ist gegeben durch

$$E_2(x,0) = a_0' u_0(x-\Delta x,0)\ . \tag{1.23}$$

Für kleine Δx läßt sich die Reihenentwicklung der in u_0 enthaltenen Exponentialfunktion durch ihre ersten beiden Terme approximieren, woraus folgt :

$$E_2(x,0) \approx a_0' \left(u_0(x,0) + \frac{\Delta x}{w_0} u_1(x,0) \right) \tag{1.24}$$

Das heißt, in unserem gewählten Bezugssystem können wir einen gegen dieses System leicht parallelverschobenen Strahl als eine u_0-Mode mit Überlagerung einer u_1-Mode *mit gleicher Phase* beschreiben.

Ein an der Taille leicht gegen das Bezugssystem um α verkippter Strahl sei gegeben durch

$$E_2(x,0) = a_0' u_0(x,0) e^{ik\alpha x}\ . \tag{1.25}$$

Wieder erhalten wir für kleine α:

$$E_2(x,0) \approx a_0' \left(u_0(x,0) + i\frac{kw_0}{2}\,\alpha\, u_1(x,0) \right) \tag{1.26}$$

Hier können wir den verkippten Strahl durch Addition eines kleinen Anteils der u_1-Mode mit einer Phasenverschiebung von $\pi/2$ in Bezug auf u_0 erhalten.

Im allgemeinen Fall wird eine Winkeländerung der Resonatorspiegel sowohl eine Parallelverschiebung als auch eine Verkippung des TEM_{00}-Eigenmodes an der Taille gegen den einfallenden Strahl bewirken, also

$$E_2(x,0) = a_0' \left(u_0(x,0) + \kappa_1 u_1(x,0) + i\kappa_2 u_1(x,0) \right)\ . \tag{1.27}$$

Für die weiteren Rechnungen ist es vorteilhaft, die Koeffizienten κ_1 und κ_2, die die Art der Dejustierung an der Taille beschreiben, in Betrag und „Phase“ dieser Dejustierung umzurechnen. Wir definieren also $\kappa := \sqrt{\kappa_1^2 + \kappa_2^2}$ und $\theta_T := \arctan(\kappa_2/\kappa_1)$. Damit wird

$$E_2(x,0) = a_0' \left(u_0(x,0) + \kappa e^{i\theta_T} u_1(x,0) \right)\ . \tag{1.28}$$

Wir können also jetzt beschreiben, wie sich eine gegen den einfallenden Strahl leicht dejustierte TEM_{00}-Eigenmode eines Resonators an der Strahltaille in erster Näherung durch Beimischung von u_1 beschreiben läßt. Man möchte aber auch wissen, wie dieser Strahl an Punkten $z \neq 0$, also bei Entfernung von der Taille, aussieht. Dazu addieren wir die Guoy-Phasenverschiebung, die eine u_1-Mode in Bezug zur u_0-Mode bei Ausbreitung entlang der z-Achse erfährt, zu der Phase in (1.28):

$$E_2(x,z) = a_0'' \left(u_0(x,z) + \kappa e^{i\theta_T + \eta(z)} u_1(x,0) \right) \tag{1.29}$$

Die beiden Striche an a_0 deuten dabei an, daß in a_0'' im Prinzip noch andere Faktoren als in a_0' enthalten sind. Vergleicht man mit (1.14), so wurden die Terme $w_0/w(z)$ und $\exp(ik(x^2 + y^2)/(2R(z)))$ fortgelassen. Dies ist möglich, da es uns im folgenden auf den Vergleich von (1.29) mit dem einfallenden Strahl ankommt, der diese Terme ebenfalls enthält, so daß sie allenfalls als konstanter Faktor zu einem resultierenden Term beitragen.

Interferenzmuster und Signal am Photodetektor

Für den Fall eines optischen Resonators berechnen wir nun das Interferenzmuster, welches die Überlagerung von direkt reflektiertem und aus dem Resonator austretenden Strahl auf einer Photodiode erzeugt. Wir sind ja interessiert an Fehlersignalen, die wir dem Photostrom dieser Diode entnehmen können. (Die Abhängigkeiten von x und z sind der Kürze halber im folgenden nicht ausgeschrieben.)

Der direkt vom Resonator reflektierte Strahl ist gegeben durch

$$E_1 = a_1 u_0 \left(J_0(m) + 2iJ_1(m)\cos(\omega_m t) \right) e^{i\varphi} . \tag{1.30}$$

Dabei sind J_0 und J_1 die Besselfunktionen nullter bzw. erster Ordnung, m ist der Modulationsindex, ω_m die Kreisfrequenz der Modulation und φ der Phasenunterschied zwischen den u_0-Moden von E_1 und E_2. Den aus dem Resonator austretenden Strahl schreiben wir jetzt als

$$E_2 = a_2 \left(u_0(x,z) + \kappa e^{i\theta_D} u_1(x,0) \right) . \tag{1.31}$$

Hier haben wir noch einmal einen neuen Winkel definiert:

$$\theta_D := \theta_T + \eta(z) + \Phi , \tag{1.32}$$

wobei θ_D die Phasenverschiebung zwischen u_0 und u_1 *am Ort des Detektors* ist. Φ beschreibt dabei eine zu θ_T und der Guoy-Phase η zusätzliche Phasenverschiebung, die auftritt, wenn der Strahl durch Linsen propagiert (dazu etwas weiter unten noch mehr).

Um die Intensität auf der Photodiode zu berechnen müssen wir nun EE^* bilden, wobei $E = E_1 + E_2$. Da wir aber das Signal der Photodiode mit der Modulationsfrequenz ω_m demodulieren, brauchen wir bei der Berechnung von EE^* nur solche Terme zu berücksichtigen, die den Faktor $\cos(\omega_m t)$ enthalten.

$$(EE^*)_{mod} = E_1E_1^* + E_1E_2^* + E_2E_1^* + E_2E_2^* \tag{1.33}$$

Der erste und der letzte Term von (1.33) enthalten keinen Anteil bei der Modulationsfrequenz, so daß bleibt (den Faktor $\cos(\omega_m t)$ haben wir hier gleich weggelassen):

$$\begin{aligned}(EE^*)_{mod} &= 2i\,u_0^2\,a_1a_2J_1(m)\left(e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}\right) + 2i\,u_0u_1\,a_1a_2J_1(m)\kappa\left(e^{i(\varphi-\theta_D)} - e^{-i(\varphi-\theta_D)}\right)\\ &= -4\,u_0\,a_1a_2J_1(m)\,(u_0\,\sin\varphi + \kappa\,u_1\,\sin(\varphi-\theta_D))\end{aligned} \tag{1.34}$$

Jetzt können wir das Signal berechnen, zu dem der Photostrom unserer Diode proportional sein wird. Nehmen wir zunächst eine ungeteilte Diode, auf deren Fläche der gesamte Strahlquerschnitt detektiert werden kann:

$$V_L = \int_{-\infty}^{\infty}(EE^*)_{mod}\,dx = -4a_1a_2J_1(m)\sin\varphi \tag{1.35}$$

Dabei wurden $\int_{-\infty}^{\infty}(u_0)^2\,dx = 1$ und $\int_{-\infty}^{\infty}u_0u_1\,dx = 0$ verwendet.

Berechnen wir schließlich das Signal auf einer geteilten Photodiode mit dem Zentrum bei $x = 0$, indem wir die Beiträge beider Hälften der Diode voneinander subtrahieren:

$$V_{AA} = \int_{-\infty}^{0}(EE^*)_{mod}\,dx - \int_{0}^{\infty}(EE^*)_{mod}\,dx = -4a_1a_2J_1(m)\sqrt{\frac{2}{\pi}}\kappa\sin(\varphi-\theta_D)\,, \tag{1.36}$$

wobei $\int_{-\infty}^{0}(u_0)^2\,dx - \int_{0}^{\infty}(u_0)^2\,dx = 0$ und $\int_{-\infty}^{0}u_0u_1\,dx - \int_{0}^{\infty}u_0u_1\,dx = \sqrt{2/\pi}$.

Für die Gewinnung von Fehlersignalen ist wichtig, daß

$$V_L \propto a_1a_2J_1(m)\sin\varphi \tag{1.37}$$

$$V_{AA} \propto a_1a_2J_1(m)\,\kappa\sin(\varphi-\theta_D) \tag{1.38}$$

V_L in Gleichung (1.37) liefert uns das Fehlersignal für die longitudinale Regelung des Resonators. Am Arbeitspunkt $\varphi = 0$ ist es vorzeichenbehaftet und proportional zu φ. Arbeitet dieser Regelkreis, so ist $\varphi \approx 0$, und wir erhalten für das Autoalignment-Fehlersignal :

$$V_{AA} \propto a_1a_2J_1(m)\,\kappa\sin\theta_D \tag{1.39}$$

Das Autoalignment-Fehlersignal ist also überhaupt nur sinnvoll interpretierbar wenn der Modecleaner longitudinal geregelt ist. Es ist dann proportional zu κ, also dem Betrag des Misalignments, wobei ein maximales Signal des Detektors bei $\theta_D = 90^\circ$ erreicht wird.

Positionierung der Detektoren

Nach Gleichung (1.32) hängt θ_D von der Art des Misalignments, von der Entfernung z des Detektors von der Taille (und der damit verbundenen Guoy-Phasenverschiebung zwischen u_0 und u_1) und eventuellen zusätzlichen Phasenverschiebungen durch Linsen im Strahlengang ab. Wie wir im letzten Abschnitt schon anschaulich gesehen haben, bestimmt der Ort des Detektors also, welche Art des Misalignments man mit diesem Detektor messen kann.

Nach Gl. (1.39) ist das Autoalignment-Fehlersignal bei $\theta_D = 90^\circ$ maximal, und für einen Detektor an der Strahltaille des Resonators ist nach Gl. (1.32) $\theta_D = \theta_T$. Ein solcher Detektor ist folglich, in Übereinstimmung mit der Anschauung, maximal empfindlich für Verkippungen zwischen Resonatormode und einfallendem Strahl (in diesem Fall ergibt sich ja ein Winkel zwischen den Wellenfronten an der Taille) und unempfindlich für Parallelverschiebungen der Strahlen, für die $\theta_T = 0^\circ$ gilt. Für einen Detektor im Fernfeld ($z > z_R$) gilt dagegen $\theta_D \approx \theta_T + 90^\circ$. Dieser Detektor ist also (wieder in Übereinstimmung mit der Anschauung) maximal empfindlich für Parallelverschiebungen mit $\theta_T = 0^\circ$ und unempfindlich fur Verkippungen, die ein $\theta_D \approx 0^\circ$ bzw. 180° zur Folge haben.

Zur einfachen Trennung der Fehlersignale wird man bestrebt sein, die Orte $z_{\text{nah}}, z_{\text{fern}}$ der Detektoren so zu wählen, daß man auf einem Detektor maximale Empfindlichkeit für Verkippungen, auf dem anderen maximale Empfindlichkeit für Parallelverschiebungen des Resonatormodes erreicht. Zu diesem Zweck müßte sich der erste Detektor (der Strahlverkippungen detektieren soll) exakt an der Taille befinden, und außerdem bräuchte man idealerweise 90° Phasenverschiebung zwischen u_0 und u_1 bei der Ausbreitung des Strahls vom ersten zum zweiten Detektor.

Bei Resonatoren mit Strahltaille *im* Resonator muß man aber den ersten Detektor in einer Entfernung z_{nah} von der Taille aufstellen und hat dann mindestens zwei Möglichkeiten :

- Man wählt z_{nah} so klein wie möglich und wählt die Phasenverschiebung bis zum zweiten Detektor so, daß dieser *nur* auf Parallelverschiebungen des Resonatormodes empfindlich ist. Der Detektor im Nahfeld hat dann zwar auch einen kleinen Anteil dieser Parallelverschiebung im Signal, den man aber vernachlässigen kann, wenn man davon ausgeht, daß dieser Anteil von der Regelung zu Null gemacht wird. (Diese Art die Detektoren aufzustellen ist nur dann sinnvoll, wenn eine Parallelverschiebung des Resonatormodes der Verkippung *eines* Spiegels des Resonators zugeordnet ist. Bei den drei-Spiegel-Modecleanern von GEO 600 ist das aber nur bei vertikalen Verkippungen (Tilts) der Fall.)

- z_{nah} kann auch größer als im vorigen Fall sein, wenn die Phasenverschiebung vom ersten zum zweiten Detektor wird $\approx 90^\circ$ gewählt wird. Die Fehlersignale beider Detektoren enthalten dann einen Anteil des Signals des anderen Detektors, so daß man (elektronisch) die Linearkombinationen bilden muß. Für diesen etwas höheren Aufwand erhält man aber auch das maximale Signal, da man mit den 90° eine orthogonale Basis gewählt hat. (Mit der elektronischen Orthogonalisierung kann man dann auch ohne weiteren Aufwand die Geometrie des Resonators berücksichtigen und eventuell erforderliche Linearkombinationen für die Kopplung der Spiegelverkippungen in Verschiebungen der Eigenmode bilden.)

Im ersten Fall braucht man ein Linsensystem vor dem zweiten Detektor, wenn man den geometrischen Aufbau verkleinern will. Im zweiten Fall braucht man ein Linsensystem, da man mit Entfernung *allein* maximal 90° Phasenverschiebung zwischen u_0 und u_1 ab der Taille erreichen kann (siehe Gl. 1.17). Mit einem entsprechend dimensionierten Linsensystem kann man aber eine größere Phasenverschiebung erzielen.

1.4.3 Linsensystem im Strahlengang

Ausbreitung Gauß´scher Strahlen durch Linsen

Um die Ausbreitung Gauß´scher Strahlen durch Linsen (und andere optischen Komponenten) zu beschreiben, benutzt man häufig den sog. Matrix-Formalismus (siehe z.B. [33]). Ein Strahl wird hier durch den komplexen Parameter q beschrieben, mit

$$q(z) = i z_R + z\,, \tag{1.40}$$

wobei z_R wieder die Rayleigh-Länge ist (Gl. 1.16), und z die Entfernung von der Strahltaille. Die Rayleigh-Länge z_R ist konstant für jeden Abschnitt im Strahlengang, der sich zwischen zwei Linsen befindet. Der Strahl wird also durch zwei Größen (z_R und z) beschrieben, die dieselbe Information beinhalten wie die Beschreibung des Strahls durch Krümmungsradius der Wellenfronten $R(z)$ und Strahlradius $w(z)$. Der Zusammenhang besteht über

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi w^2(z)}\,. \tag{1.41}$$

Man kann also eine Beschreibung des Strahls in die andere umrechnen und insbesondere $R(z)$ und $w(z)$ am Ort z aus der Kenntnis von $q(z)$ berechnen.

Die Veränderung des Strahls durch Ausbreitung im Vakuum, in Medien und optischen Komponenten (wie eben z.B. Linsen) kann durch vier reelle Zahlen A, B, C, D beschieben werden, die jeweils spezifisch für das durchlaufene Element sind und auf q angewendet werden:

$$q_{n+1} = \frac{Aq_n + B}{Cq_n + D} \tag{1.42}$$

q_{n+1} ist dabei der Strahlparameter nach Durchlaufen eines optischen Elementes, wenn der Strahlparameter vorher q_n war. Man kann die Konstanten in einer Matrix $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ anordnen, wodurch es möglich wird, den Strahlparameter q eines Strahls nach Durchlaufen mehrerer Elemente durch Matrizenmultiplikation (der einzelnen Matrizen) und Einsetzen der Elemente der Produktmatrix in 1.42 zu erhalten.

Die Auswirkung einer dünnen Linse mit Brennweite f ist gegeben durch die Matrix

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \tag{1.43}$$

Die freie Ausbreitung eines Strahls um die Weglänge d wird beschrieben durch

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.44}$$

Durch Einsetzen von (1.44) in (1.42) erhält man

$$q_{n+1} = q_n + d\,, \tag{1.45}$$

was völlig äquvalent zu (1.40) ist.

Für das Autoalignment ist nun interessant, welche Guoy-Phasenverschiebung zwischen der u_0 und u_1-Mode durch ein Linsensystem eingeführt wird. Da man die Guoy-Phasenverschiebung immer in Bezug auf eine Strahltaille berechnet, muß man zur Berechnung der insgesamt durch Linsensystem und freie Strahlausbreitung erreichten Phasenverschiebung ϕ zwischen u_0 und u_1 in einzelnen Abschnitten vorgehen. Die Guoy-Phase läßt sich aus $q(z)$ berechnen:

$$\eta(z) = \arctan\frac{z}{z_R} = \arctan\frac{Re(q(z))}{Im(q(z))}\,. \tag{1.46}$$

Für jeden Strahlabschnitt mit konstanter Rayleighlänge wird die Differenz der Phasenverschiebungen zu Beginn und Ende des Abschnitts, also $\arctan(z_{n+1}/z_R) - \arctan(z_n/z_R)$ zu ϕ addiert. Für den Durchgang durch eine Linse wird der neue Strahlparameter q_{n+1} mit Gl. 1.42 und 1.43 berechnet. Die Rechnung beginnt am Ort der Strahltaille im Resonator bei $z = 0$ mit $q_0 = iz_R$, wobei z_R die Rayleighlänge des Resonators ist.

Eine oder zwei Linsen?

Bereits mit einer Sammellinse ($f > 0$) läßt sich eine zusätzliche Guoy- Phasenverschiebung zwischen u_0 und u_1 von 180° erreichen. Wir brauchen eine Phasenverschiebung von z.B. 90° - 130° auf dem zweiten Detektor (resultierend aus der Differenz der Phasenverschiebungen zwischen beiden Detektoren), die aber gerade in der Nähe des Fokus hinter der Linse auftritt. Da der Strahl auf einer Quadrantendiode detektiert werden soll, braucht er eine Mindestgröße von z.B. 1.5 - 2 mm. (Andernfalls geht zuviel Lichtleistung in dem Spalt zwischen den Quadranten verloren.) Der praktische Nachteil nur einer Linse ist, daß der Fokus sehr klein wird, wenn man eine Linse

mit kurzer Brennweite nimmt. Der Sinn der Linse ist aber gerade, die Phasenverschiebung auf einer kurzen Entfernung zu erzeugen, so daß Linsen mit großer Brennweite kaum einen praktischen Vorteil bringen.

Aus diesem Grund ist es sinnvoll eine weitere Linse in der Nähe des Fokus der ersten zu verwenden, die den Strahl wieder aufweitet. Das kann eine weitere Sammellinse sein oder besser noch eine Zerstreuungslinse, die den Vorteil hat, daß das Auftreten eines reellen Fokus vermieden wird. In Kapitel 2.2.3 wird die Berechnung eines solchen Linsensystems für die GEO-Modecleaner gezeigt.

1.5 Das Auflösungsvermögen der Methode

Licht besteht aus Photonen, die Energie quantisiert übertragen und in ihrer Ankunftszeit auf einem Detektor statistisch (Poisson-) verteilt sind. Dies führt zum *Schrotrauschen* im Photostrom, das für viele quantenoptische Messungen eine prinzipielle Grenze der erreichbaren Genauigkeit darstellt, die aber mit einem gegebenen Aufbau nicht immer erreicht wird, da andere (technische) Rauschquellen größer als das Schrotrauschen sein können.

Für die spektrale Dichte des schrotrauschbegrenzten Signal-zu-Rausch-Verhältnises p der differentiellen Wellenfrontabtastung geben Niebauer et. al. [24] und Meers und Strain [19] an:

$$p = s\sqrt{\frac{I_0\lambda}{3hc}} \tag{1.47}$$

Formel (1.47) gilt für sinusförmige Modulation und Demodulation, wobei s die Phasendifferenz zwischen zwei interferierenden Strahlen repräsentiert; I_0 ist die detektierte Lichtleistung, λ die Lichtwellenlänge und h das Planck´sche Wirkungsquantum.

Um mit (1.47) die Größenordnung des kleinsten detektierbaren Winkels zwischen zwei Strahlen abzuschätzen, setzen wir $s = k w_0 \alpha/2$ (siehe Formel (1.26)) und das Signal-zu-Rausch-Verhältnis $p \approx 1$. Löst man nach α auf, so ergibt sich:

$$\alpha \approx \frac{1}{\pi w_0}\sqrt{\frac{3hc\lambda}{I_0}} \tag{1.48}$$

Mit den Werten für die GEO 600-Modecleaner $w_0 = 1.05\,\text{mm}$, $\lambda = 1064\,\text{nm}$ und einer detektierten Lichtleistung von z.B. $I_0 = 1\,\text{mW}$ erhalten wir :

$$\alpha \approx 10^{-11}\,\frac{\text{rad}}{\sqrt{\text{Hz}}}\,. \tag{1.49}$$

Integriert man über eine Bandbreite von 100 Hz, so bleiben $10^{-10}\,\text{rad}_{\text{eff}}$. Das entspricht etwa dem Winkel, unter dem ein 10 Pfennig-Stück in 150 Millionen km Entfernung, also auf der Sonne erscheinen würde.

Diese enorme Genauigkeit geht aber nur zum Teil auf Regelungen über, die dieses Signal zur Rückkopplung auf Stellelemente benutzen. Sollen die Regelungen bei DC und kleinen Frequenzen arbeiten, unterliegen sie dem 1/f-Rauschen. Ebenso ist das Driften elektronischer Offsets zu berücksichtigen, Rauschen der Stellelemente usw.

An dem Prototypen eines Gravitationswellendetektors in Garching wurden $\approx 10^{-9}\,\mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ verbleibende Winkelbewegungen der Spiegel im Bereich um 1 Hz durch das Autoalignment erreicht [12]. Am Prototypen in Glasgow [23] waren es $\approx 10^{-7}\,\mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Diese Werte hängen unter anderem aber auch davon ab, wie ruhig die zu regelnden Elemente (in diesem Fall Spiegel) bereits ohne Rückkopplung sind.

Kapitel 2

Experimenteller Aufbau

2.1 Übersicht

Der experimentelle Teil dieser Arbeit befaßt sich mit dem Autoalignment der Modecleaner-Resonatoren von GEO 600. Abbildung 2.1 zeigt ein Schema der Autoalignment-Komponenten für einen Modecleaner zusammen mit den drei Spiegeln A, B und C.

Das vom Laser kommende Licht wird von der Pockelszelle [1] PC1 phasenmoduliert. Die Modulationsfrequenz beträgt 25 MHz für den ersten und 13 MHz für den zweiten Modecleaner von GEO 600. Der von Spiegel A kommende Strahl (bestehend aus dem direkt reflektierten Anteil sowie dem aus dem Resonator austretenden Licht) dient zur Gewinnung der Fehlersignale mittels der in Kapitel 1.3 beschriebenen Differentiellen Wellenfrontabtastung. Er wird abgeschwächt und fällt dann auf einen 50/50-Strahlteiler. Vom Strahlteiler läuft ein Strahl über den Galvanometer-Scanner G1 (s.u.) mit zugehörigem Regelkreis zur Photodiode PD1. Der andere erhält eine zusätzliche Guoy-Phasenverschiebung von ca. 90° durch das Linsensystem L1, L2, bevor er (zentriert durch G2) auf PD2 fällt.

Die Signale der Quadrantendioden werden von den Mischern M1 und M2[2] demoduliert, und von den demodulierten Signalen werden mit den Addierern A1 und A2 Linearkombinationen gebildet, um orthogonale Fehlersignale zu erhalten. Das Stellsignal der Galvanometer-Scanner enthält ebenfalls Information über das Alignment des Modecleaners und wird auch genutzt. Der Regelkreis schließt sich mit den Regelfiltern (Autoalignmentservo) und einer weiteren Bildung von Linearkombinationen zur Ansteuerung der Resonatorspiegel.

Die Galvanometer-Scanner mit Regelkreisen (hier als „Zentrierservo“ bezeichnet) dienen dazu, die zu detektierenden Strahlen immer genau im Zentrum der Quadrantendioden zu halten. Sie werden ebenso wie die Quadrantendioden mit ihrer zugehörigen Elektronik in Kapitel 3 beschrieben.

[1] Eine Pockelszelle besteht aus einem Kristall, dessen Brechungsindex von einer an den Kristall angelegten Spannung abhängt. Sie wird auch als elektrooptischer Modulator (EOM) bezeichnet.

[2] Die Mischer M1 und M2 in Abbildung 2.1 dienen nur der schematischen Darstellung. Tatsächlich hat *jeder Quadrant* der Photodiode einen Mischer (siehe Kap. 3.2).

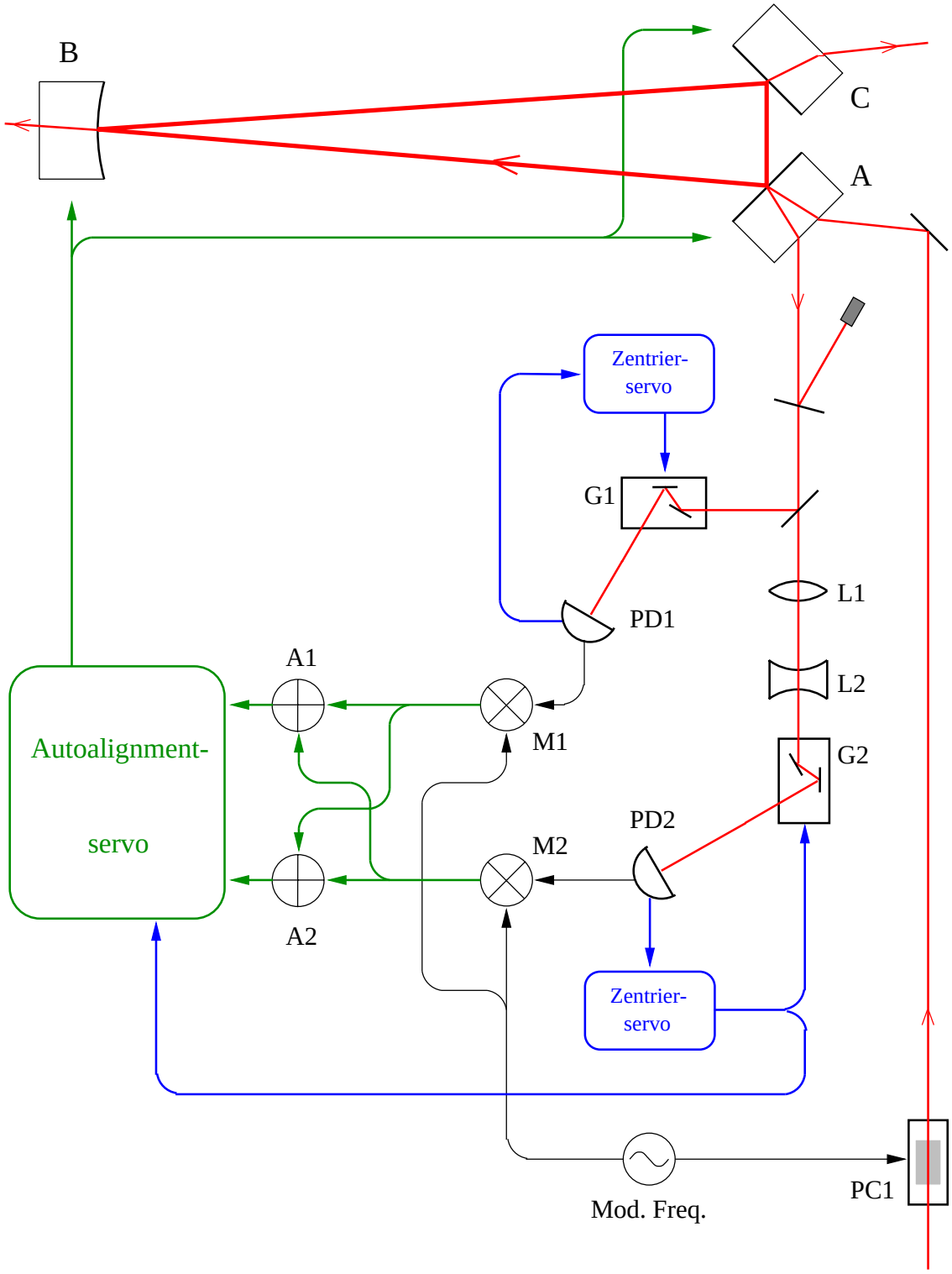


Abbildung 2.1: Schema der Autoalignment-Komponenten für einen Modecleaner

In diesem Kapitel wird der Zusammenhang zwischen räumlicher Verschiebung der Strahlachse des Modecleaners und der Verkippung der Resonatorspiegel untersucht; es wird die Dimensionierung des Linsensystems gezeigt, die Transferfunktionen der Stellelemente und schließlich der Entwurf der Regelfilter behandelt.

2.2 Gewinnung der Fehlersignale

2.2.1 Berechnung der Modenverschiebungen

Ein Spiegel in seiner Eigenschaft als fester Körper hat sechs Freiheitsgrade, drei der Translation und drei der Rotation. Für einen Resonatorspiegel bleiben davon drei für den Resonator relevante Freiheitsgrade übrig: Drehungen des Spiegels um das Lot auf die Spiegelfläche beeinflussen den Strahlengang nicht; kleine Auf- und Abbewegungen sowie seitliche Parallelverschiebungen haben bei planen Spiegeln ebenfalls keine Auswirkungen auf den Strahlengang, sofern der Strahl klein gegen den Spiegeldurchmesser ist. Bei gekrümmten Spiegeln lassen sie sich durch Verkippungen des Spiegels kompensieren.

Ist die optische Weglänge des Resonators geregelt (und das ist ja eine Voraussetzung für das Autoalignment), so bleiben noch zwei Freiheitsgrade pro Spiegel: Rotationen um die vertikale und horizontale Achse, die senkrecht zum Lot auf die Spiegelflächen liegen. In Anlehnung an den Sprachgebrauch in der Arbeitsgruppe werden Drehungen um die vertikale Achse *Rotation* und Drehungen um die horizontale Achse *Tilt* genannt. Eine Rotation des Spiegels verursacht also eine horizontale Ablenkung eines auf den Spiegel fallenden Lichtstrahls, ein Tilt bewirkt eine vertikale Ablenkung. Für einen Modecleaner mit drei Spiegeln hat man also sechs Freiheitsgrade, die vom Autoalignment geregelt werden müssen.

Wie werden nun die Fehlersignale für die drei-Spiegel-Ringresonatoren von GEO 600 gewonnen ?

Abbildung 2.2 zeigt den Strahlengang in dem optimal auf den einfallenden Strahl ausgerichteten GEO Modecleaner, gesehen von oben: Die Achse der Grundmode des Resonators fällt genau mit der Achse des einfallenden Strahls zusammen, wodurch auch der an Spiegel A direkt reflektierte Strahl genau mit dem aus dem Resonator durch Spiegel A austretenden Strahl zusammenfällt.

Die Punkte, an denen die Achse der Eigenmode des Resonators die Spiegel schneidet, seien P_a, P_b, P_c genannt, die austretenden Strahlen heißen S_a, S_b, S_c, und der an Spiegel A direkt reflektierte Strahl heißt S_r.

In Abbildung 2.3 sieht man schematisch den veränderten Strahlengang, wenn Spiegel A um den Winkel α_a (positiv im Uhrzeigersinn von oben betrachtet) rotiert wird. Dies ist zugleich auch der komplexeste Fall einer Spiegelverkippung, da außer dem aus dem Resonator leckenden Strahl S_a auch der am Einkoppelspiegel direkt reflektierte Strahl S_r verkippt wird.

Die Lage der Strahlen im optimal ausgerichteten Resonator ist gestrichelt gezeichnet. Die Punkte, in denen die Strahlen auf die Spiegel treffen, verändern sich, ebenso die Winkel der austretenden Strahlen, die hier mit $\gamma_a, \gamma_b, \gamma_c$ bezeichnet sind.

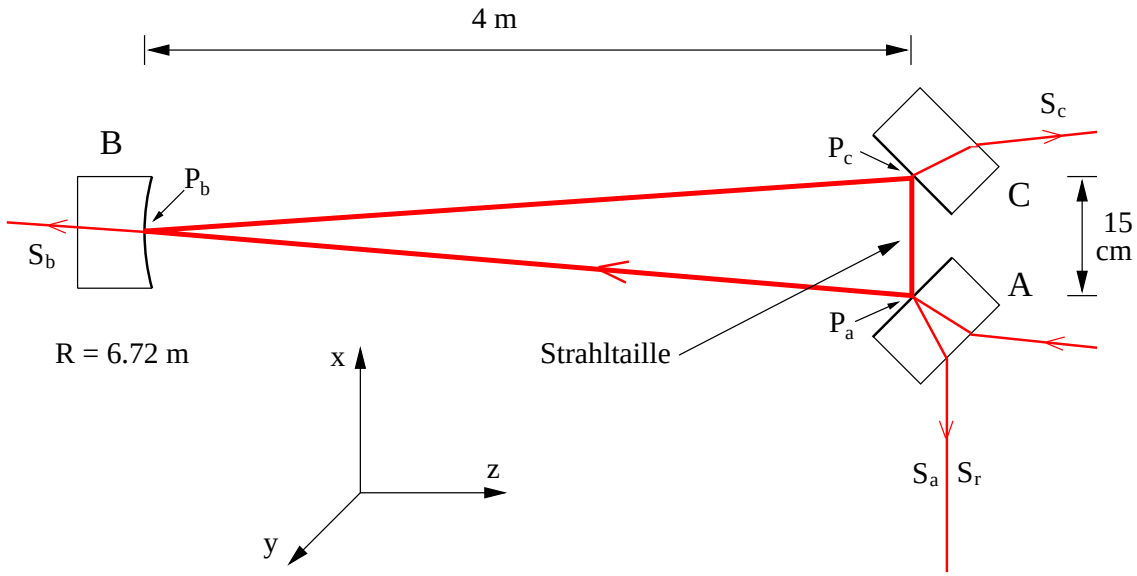


Abbildung 2.2: Strahlengang im optimal ausgerichteten GEO 600 Modecleaner

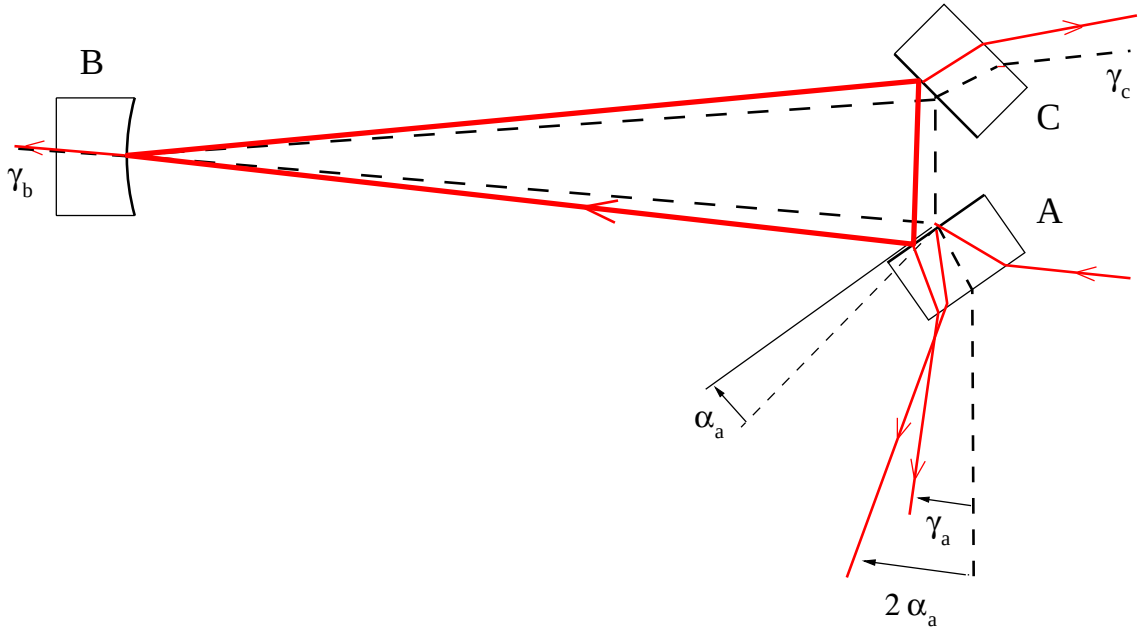


Abbildung 2.3: Strahlengang bei Verkippung von Spiegel A (stark übertrieben)

Ursache	P_a Δx	P_a Δz	P_b Δx	P_c Δx	P_c Δz
α_a	$-4.002\,\mathrm{m}\cdot\alpha_a$	$-4.078\,\mathrm{m}\cdot\alpha_a$	$-0.191\,\mathrm{m}\cdot\alpha_a$	$3.851\,\mathrm{m}\cdot\alpha_a$	$-3.924\,\mathrm{m}\cdot\alpha_a$
α_b	$0.187\,\mathrm{m}\cdot\alpha_b$	$0.191\,\mathrm{m}\cdot\alpha_b$	$10.362\,\mathrm{m}\cdot\alpha_b$	$0.187\,\mathrm{m}\cdot\alpha_b$	$-0.191\,\mathrm{m}\cdot\alpha_b$
α_c	$3.851\,\mathrm{m}\cdot\alpha_c$	$3.924\,\mathrm{m}\cdot\alpha_c$	$-0.191\,\mathrm{m}\cdot\alpha_c$	$-4.002\,\mathrm{m}\cdot\alpha_c$	$4.078\,\mathrm{m}\cdot\alpha_c$
α_-	$-3.926\,\mathrm{m}\cdot\alpha_-$	$-4.001\,\mathrm{m}\cdot\alpha_-$	$0.000\,\mathrm{m}\cdot\alpha_-$	$7.853\,\mathrm{m}\cdot\alpha_-$	$-8.001\,\mathrm{m}\cdot\alpha_-$
α_+	$-0.076\,\mathrm{m}\cdot\alpha_+$	$-0.077\,\mathrm{m}\cdot\alpha_+$	$-0.381\,\mathrm{m}\cdot\alpha_+$	$-0.151\,\mathrm{m}\cdot\alpha_+$	$0.154\,\mathrm{m}\cdot\alpha_+$

Ursache	Taille Δz	S_a γ_a	S_b γ_b	S_c γ_c	S_r γ_r	Θ_T
α_a	$-4.001\,\mathrm{m}\cdot\alpha_a$	$1.028\,\alpha_a$	$0.972\,\alpha_a$	$-1.028\,\alpha_a$	$2\cdot\alpha_a$	38.6°
α_b	$0.000\,\mathrm{m}\cdot\alpha_b$	$-2.542\,\alpha_b$	$2.542\,\alpha_b$	$2.542\,\alpha_b$	$0\cdot\alpha_b$	90°
α_c	$4.001\,\mathrm{m}\cdot\alpha_c$	$1.028\,\alpha_c$	$-1.028\,\alpha_c$	$0.972\,\alpha_c$	$0\cdot\alpha_c$	40.2°
α_-	$-4.0010\,\mathrm{m}\cdot\alpha_-$	$0.000\,\alpha_-$	$2.000\,\alpha_-$	$-2.000\,\alpha_-$	$1\cdot\alpha_-$	39.4°
α_+	$0.000\,\mathrm{m}\cdot\alpha_+$	$1.028\,\alpha_+$	$-0.057\,\alpha_+$	$-0.057\,\alpha_+$	$1\cdot\alpha_+$	(90°)

Tabelle 2.1: Strahlverschiebungen in Abhängigkeit von kleinen Rotationen der Resonatorspiegel.

Wie bereits erklärt, wird der Winkel zwischen den Wellenfronten der Strahlen S_a und S_r mit der differentiellen Wellenfrontabtastung detektiert, sofern diese Strahlen auf der Quadrantendiode zentriert sind. Um einen Regelkreis zu bauen, der die Resonatorspiegel wieder in ihre nominelle Lage zurückdreht, müssen wir aber wissen, wie sich die auf der Quadrantendiode detektierten Winkel in die Winkel der drei Spiegel übersetzen.

Mit einem MATHEMATICA-Programm (geschrieben von G. Heinzel [13, 14], dessen Notation und Darstellungsweise ich hier weitgehend folge) wurde simuliert, wie sich die Eigenmode des Modecleaners verschiebt, wenn die Winkelfreiheitsgrade der drei Spiegel variiert werden. Als Parameter für diese Simulation braucht man die Abstände zwischen den Spiegeln und ihre Krümmungsradien. Entsprechend Abbildung 2.2 ist der Abstand von Spiegel B zur Strahltaille 4 m, der Abstand zwischen Spiegel A und C ist 15 cm, der Krümmungsradius von Spiegel B ist $R = 6.72\,\mathrm{m}$, und Spiegel A und C sind plan.

Das Programm berechnet zunächst die Lage der Eigenmode, wenn alle Spiegel richtig ausgerichtet sind und in der Mitte getroffen werden. Dann wird jeweils ein Spiegelwinkel um einen kleinen Betrag ε verkippt, die neuen Strahlparameter werden berechnet, von der nominellen Lage subtrahiert und durch ε dividiert. Tabelle 2.1 zeigt die Ergebnisse für den Fall von Spiegelrotationen, die horizontale Verschiebungen des Resonatormodes zur Folge haben. Die Winkel α_- und α_+ sind definiert als die Linearkombinationen

$$\alpha_- = \alpha_a - \alpha_c\,, \tag{2.1}$$

$$\alpha_+ = \alpha_a + \alpha_c\,. \tag{2.2}$$

Ursache	P_a Δy	P_b Δy	P_c Δy
β_a	$1.889\,m \cdot \beta_a$	$4.797\,m \cdot \beta_a$	$1.994\,m \cdot \beta_a$
β_b	$-6.720\,m \cdot \beta_b$	$-6.720\,m \cdot \beta_b$	$-6.720\,m \cdot \beta_b$
β_c	$1.994\,m \cdot \beta_c$	$4.797\,m \cdot \beta_c$	$1.889\,m \cdot \beta_c$
β_+	$1.942\,m \cdot \beta_+$	$4.797\,m \cdot \beta_+$	$1.942\,m \cdot \beta_+$
β_-	$-0.053\,m \cdot \beta_-$	$0.000\,m \cdot \beta_-$	$0.053\,m \cdot \beta_-$

Ursache	Taille Δz	S_a δ_a	S_b δ_b	S_c δ_c	S_r δ_r	Θ_T
β_a	$1.942\,m \cdot \beta_a$	$0.701\,\beta_a$	$-0.727\,\beta_a$	$-0.701\,\beta_a$	$1.43 \cdot \beta_a$	$-50.9°$
β_b	$-6.720\,m \cdot \beta_b$	$0.000\,\beta_b$	$0.000\,\beta_b$	$0.000\,\beta_b$	$0 \cdot \beta_b$	$0°$
β_c	$1.942\,m \cdot \beta_c$	$-0.701\,\beta_c$	$-0.701\,\beta_c$	$-0.727\,\beta_c$	$0 \cdot \beta_c$	$-49.8°$
β_+	$1.942\,m \cdot \beta_+$	$0.000\,\beta_+$	$-0.714\,\beta_+$	$-0.714\,\beta_+$	$0.714 \cdot \beta_+$	$-50.3°$
β_-	$0.000\,m \cdot \beta_-$	$0.701\,\beta_-$	$-0.013\,\beta_-$	$0.013\,\beta_-$	$0.714 \cdot \beta_-$	$(90°)$

Tabelle 2.2: Strahlverschiebungen in Abhängigkeit von kleinen Tilts der Resonatorspiegel.

Tabelle 2.2 zeigt die entsprechenden Daten für Tilts der Resonatorspiegel. Zur besseren Unterscheidung der beiden Fälle heißen Tilts hier β, im Gegensatz zu α für Rotationen. Strahlwinkel heißen δ statt γ. Analog zu Gl. 2.1 definieren wir: $\beta_+ = \beta_a + \beta_c$ und $\beta_- = \beta_a - \beta_c$.

Interpretation

Die einzige Größe, die wir mit der Methode der Differentiellen Wellenfrontabtastung und zwei Detektoren messen können, ist der Winkel Θ_T, der die Art der Strahlverkippung / Verschiebung an der Taille beschreibt, sowie die Stärke dieser Verstellung. Θ_T bestimmt ja die Verteilung des gemessenen Signals auf den Quadrantendioden im Nah- und Fernfeld. Wissen wir andererseits von vornherein die für die verschiedenen Spiegelverkippungen auftretenden Θ_T´s, so können wir für die einzelnen Fehlstellungen unabhängige Fehlersignale gewinnen.

Betrachtet man Tabelle 2.1, so fällt aber auf, daß sich für die Rotationen α_a und α_c die Winkel Θ_T kaum unterscheiden. Die Bildung orthogonaler Fehlersignale wäre hier sehr ungenau, so daß man praktisch nicht zwischen Fehlstellungen von Spiegel A und C unterscheiden kann. Das ist der Grund, warum die Linearkombinationen α_- und α_+ eingeführt werden. Wird eine Fehlstellung von Spiegel A oder C gemessen, so wird das Korrektursignal differentiell auf *beide* Spiegel zurückgekoppelt. Da die Zahl der Freiheitsgrade natürlich erhalten bleibt, ist außer α_- und α_- jetzt α_+ der dritte horizontale Freiheitsgrad, dessen Auswirkung wir in Kap. 2.2.2 betrachten.

Analoges (mit anderem Vorzeichen) gilt für die Tilts der Spiegel, betrachtet in Tabelle 2.2. β_a und β_c unterscheiden sich in ihrer Wirkung auf die Strahltaille kaum, so daß hier die *gleichsinnige* Ansteuerung von β_a und β_c gewählt wird.

Berechnet man nun die Signale auf den Quadrantendioden, so muß man eine Position (Entfernung z von der Strahltaille im Resonator) der beiden Quadrantenkameras zugrundelegen. Da sich der Resonator im Vakuum befindet, ist eine Mindestentfernung der Kamera im Nahfeld unvermeidlich. Bei dem ersten Modecleaner von GEO 600 ist sie bei z = 2.5 m. Das entspricht einer zusätzlichen Guoy-Phasenverschiebung η von

$$\eta = \arctan\frac{z}{z_R} = 37^\circ\,, \tag{2.3}$$

mit einer Rayleighlänge des Modecleaners von

$$z_R = \sqrt{\frac{l}{2} - \left(R - \frac{l}{2}\right)} = 3.28\,\mathrm{m}\,, \tag{2.4}$$

wobei $l = 8.151$ m die Länge eines kompletten Lichtumlaufs im Resonator ist.

Die Kamera im Fernfeld erhält ein Linsensystem, das wir so wählen, daß die Guoy-Phasenverschiebung gerade 90° größer ist als auf der nahen Kamera, also $\eta + \phi = 127^\circ$ (siehe Gl. 1.32: $\theta_D := \theta_T + \eta(z) + \Phi$). Um die Phasenverschiebung der Signale in Bezug auf die Kameras anschaulich zu machen, zeigt Abbildung 2.4 die Größen Θ_T bei Variation der Freiheitsgrade α_b, α_-, β_b und β_+.

Die Θ_T´s sind von der Abszisse gegen den Uhrzeigersinn aufgetragen. Ebenfalls dargestellt ist der Winkel der maximalen Empfindlichkeit der Kameras (Signale dieses Winkels werden mit der größten Amplitude detektiert) an den oben gewählten Positionen (gestrichelte Linien). Die Winkel $\eta + \phi$ müssen hier im Uhrzeigersinn von der Ordinate aufgetragen werden, denn eine Kamera mit $\eta + \phi = 0^\circ$ stünde an der Taille und wäre am empfindlichsten für Signale mit $\Theta_T = 90^\circ$. Wird die Kamera von der Taille um die Guoy-Phasenverschiebung $\eta + \phi$ entfernt, so wird sie maximal empfindlich für Signale, die an der Taille gerade diese Phasenverschiebung *weniger* haben. Stehen Kamerazeiger und Signalzeiger senkrecht aufeinander, so „sieht“ die Kamera nichts von diesem Signal. (Die Größe der Signale ist in der Zeichnung unberücksichtigt.)

Sind S_{nah} und S_{fern} die Signale von Detektoren bei $\eta + \phi = 37^\circ$ und $\eta + \phi = 127^\circ$, so erhält man im horizontalen Fall:

$$\begin{aligned} S_{nah} &= -2.016\,\alpha_b - 1.532\,\alpha_- + 0.023\,\alpha_+ & (2.5)\\ S_{fern} &= +1.519\,\alpha_b - 0.371\,\alpha_- - 0.017\,\alpha_+\,, & (2.6) \end{aligned}$$

Man sieht, daß die Signale für Variationen von α_+ klein sind, deshalb ist das Θ_T in Tabelle 2.1 in Klammern gesetzt.

Für den vertikalen Fall erhält man:

$$\begin{aligned} S_{nah} &= -1.232\,\beta_b - 0.214\,\beta_+ - 0.010\,\beta_- & (2.7)\\ S_{fern} &= -1.635\,\beta_b + 0.901\,\beta_+ + 0.008\,\beta_-\,. & (2.8) \end{aligned}$$

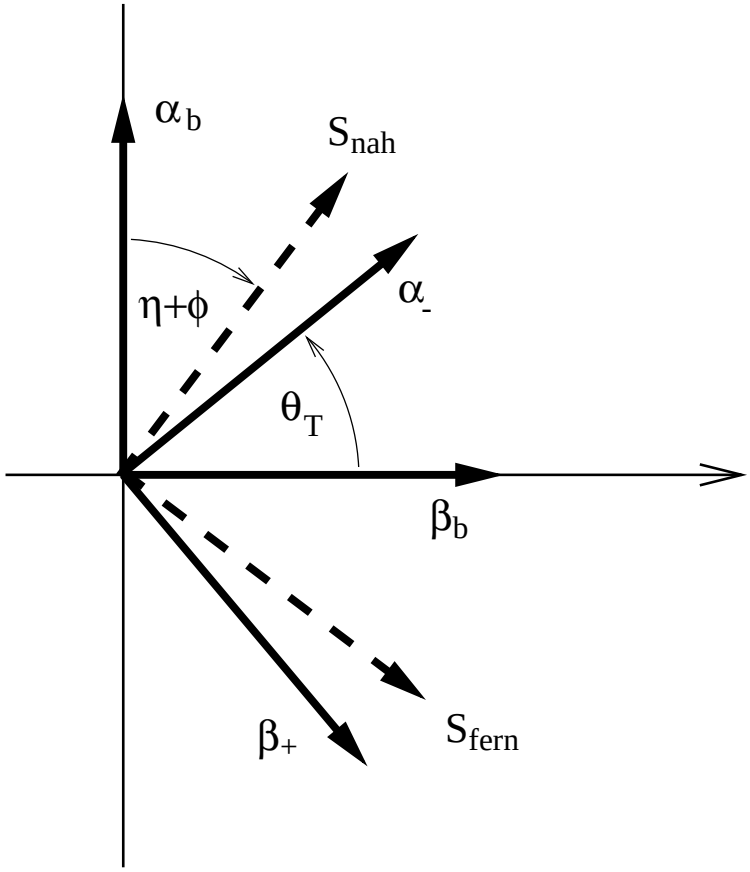


Abbildung 2.4: Phasenverschiebung der Autoalignment-Fehlersignale in Bezug auf die Empfindlichkeit der Kameras

Wieder sind die Anteile β_- klein, so daß sie hier nicht ins Gewicht fallen. (Im vertikalen Fall stimmen die Vorzeichen von β_b in (2.7) und (2.8) nicht mit Abbildung 2.4 überein, was aus der Definition der Tiltwinkel herrührt und bei der Bildung der Linearkombinationen eleminiert wird.)

Zur Gewinnung der reinen Fehlersignale für die vier Freiheitsgrade α_b, α_-, β_b und β_+ werden elektronisch die Linearkombinationen von Gl. 2.5, Gl. 2.6 und Gl. 2.7, Gl. 2.8 gebildet (Schaltplan in Anhang B.3, S. 105, G5 - J7). Mit diesen vier Fehlersignalen ist es möglich, die Achse des Eigenmode des Resonators genau auf die Achse des eintretenden Strahls auszurichten.

2.2.2 Fehlersignal der letzten zwei Freiheitsgrade

Wie man an der letzten Zeile von Tabelle 2.1 sieht, koppelt eine Variation des Freiheitgrades α_+ am stärksten in einen Winkel des durch Spiegel A austretenden Strahls S_a. Wir könnten also die Ablenkung dieses Strahls auf denselben Quadrantendioden messen, die auch das Signal der Differentiellen Wellenfrontabtastung bereitstellen. (Wir nehmen dann das Signal des *DC*-Pfades, siehe Kap. 3.2, S. 53.)

Da der vom Strahl S_a verursachte DC-Photostrom nicht von dem des reflektierten Strahls S_r zu unterscheiden ist, können wir nur ihre gemeinsame mittlere Position bestimmen. Es verhält sich

aber gerade so, daß bei Variation von α_+ der Strahl S_r etwa genauso abgelenkt wird wie S_a (Tab. 2.1), so daß die Abweichung dieser Strahlen von ihrer nominellen Lage als Fehlersignal für α_+ genutzt werden kann. Wir erhalten für die Winkel γ_a und γ_r:

$$\gamma_a = -2.542\,\alpha_b + 1.028\,\alpha_+ \tag{2.9}$$
$$\gamma_r = \alpha_- + \alpha_+ \tag{2.10}$$

Hat die Regelung für die Winkel α_b, α_-, β_b und β_+ eine größere Bandbreite als die für α_+ und β_-, so werden erstere von der Regelung klein gemacht, so daß wir erhalten: $\gamma_a \approx \gamma_r = \alpha_+$.

Für den vertikalen Fall gilt dasselbe: Eine Variation von β_- koppelt hauptsächlich in eine vertikale Ablenkung der Strahlen S_a und S_r, wieder in etwa gleicher Größe für beide Strahlen (siehe Tab. 2.2). Hier bekommen wir:

$$\delta_a = 0.701\,\beta_- \tag{2.11}$$
$$\delta_r = 0.714\,\beta_+ + 0.714\,\beta_- \tag{2.12}$$

Bei funktionierender Regelung der Ausrichtung des Eigenmodes erhalten wir: $\delta_a \approx \delta_r \approx 0.7\,\beta_-$.

Damit die Regelung der Freiheitsgrade α_+ und β_- die Regelung von α_b, α_-, β_b und β_+ nicht stört und eventuell Schwingungen verursacht, muß der Regler für die zusätzlichen Freiheitsgrade eine deutlich kleinere Bandbreite haben als die Regelung zur Ausrichtung der Eigenmode auf den einfallenden Strahl. Das kann man aber verkraften, da die Kopplung von α_+ und β_- in die austretenden Strahlen eben klein ist. Der erste Modecleaner benutzt S_r als Hauptausgang, der zweite den Strahl S_b.

Da die Strahlen S_a und S_r von den Strahlumlenkern auf den Quadrantendioden zentriert werden, findet man das Signal ihrer Abweichung nicht im Fehlersignal des DC-Pfades, sondern im Stellsignal dieser Regelung, also dem Strom, der durch die Galvanometerscanner fließt. (Dies gilt jedenfalls im Frequenzbereich der Regelbandbreite der Scanner, der ca. 2 kHz beträgt, siehe S. 51.)

2.2.3 Berechnung des Linsensystems

Für die Anordnung der fernen Kamera bei $\eta + \phi = 127°$ wird ein Linsensystem benötigt, das diese Phasenverschiebung zwischen u_0 und u_1 bei der Strahlausbreitung von der Taille bis zur Kamera einstellt und einen Strahldurchmesser von 2.5 - 3.5 mm auf der Quadrantendiode erzeugt.

Abbildung 2.5 zeigt schematisch den Strahlengang von der Taille des Resonators zum Detektor PD (ohne Strahlumlenker).

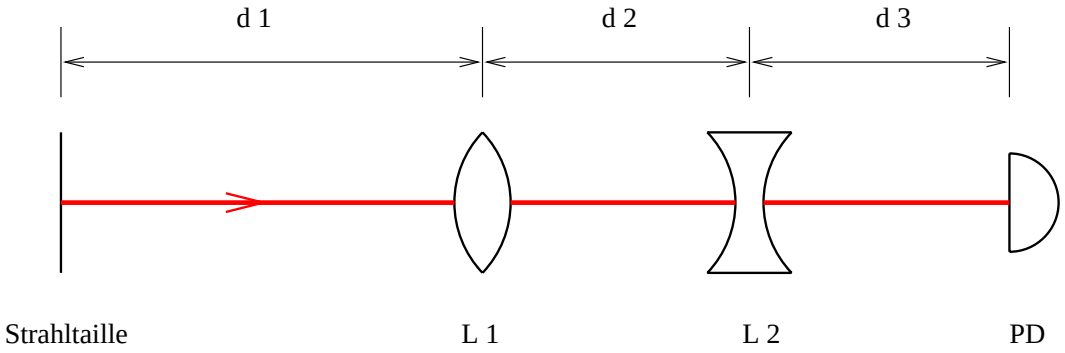


Abbildung 2.5: Anordnung der Linsen im Strahlengang zur fernen Kamera

Die Abstände d2, d3 und die Brennweiten f1 und f2 der Linsen L1 und L2 wurden mit einem MATHEMATICA-Programm[3] berechnet. Da die Guoy-Phasenverschiebung am Ort des Detektors PD am stärksten von d2 abhängt, berechnet das Programm d2 in Abhängigkeit von der gewünschten Phasenverschiebung und den vorgegebenen Größen d1,d3,f1 und f2. Der Abstand von der Taille zur ersten Linse wurde auf d1 = 2.5 m festgelegt, d3 hat hauptsächlich Einfluß auf den Strahldurchmesser auf der Quadrantendiode und ist d3 = 0.5 m. Bei der Wahl der Brennweiten ist man durch verfügbare Brennweiten beschränkt, als mögliche Werte stellten sich f1 = 0.3 m und f2 = -0.03 m heraus.

Mit diesen Parametern erhält man einen Abstand zwischen den Linsen von d2 = 0.285 m und einen Strahldurchmesser auf der Quadrantendiode von 2.8 mm. Abbildung 2.6 zeigt die Ergebnisse der Berechnungen.

Die beiden oberen Graphen zeigen Guoy-Phasenverschiebung und Strahldurchmesser aufgetragen über der Entfernung von der Strahltaille des Modecleaners. Die Kamera wird bei z = 3.285 m aufgestellt, dort ist die berechnete Phasenverschiebung 127°. In den unteren Graphen ist die Änderung von Phasenverschiebung und Strahldurchmesser in Äbhängigkeit von kleinen Abweichungen von L2 von der berechneten Lage (d2 = 0.285 m) dargestellt.

Man erkennt, daß es genügt den Abstand d2 zwischen L1 und L2 mit einer Genauigkeit von einigen mm einzustellen, da die Änderung der Guoy-Phase bei Verschiebung von L2 etwa 3°/mm beträgt. Kleine Abweichungen $\Delta\varphi$ der Phasenverschiebung zwischen den Kameras von den gewünschten 90° spielen aber kaum eine Rolle, da die Abweichung nur mit dem Faktor $\cos\Delta\varphi$ in die Empfindlichkeit eingeht.

[3] Geschrieben von G.Heinzel.

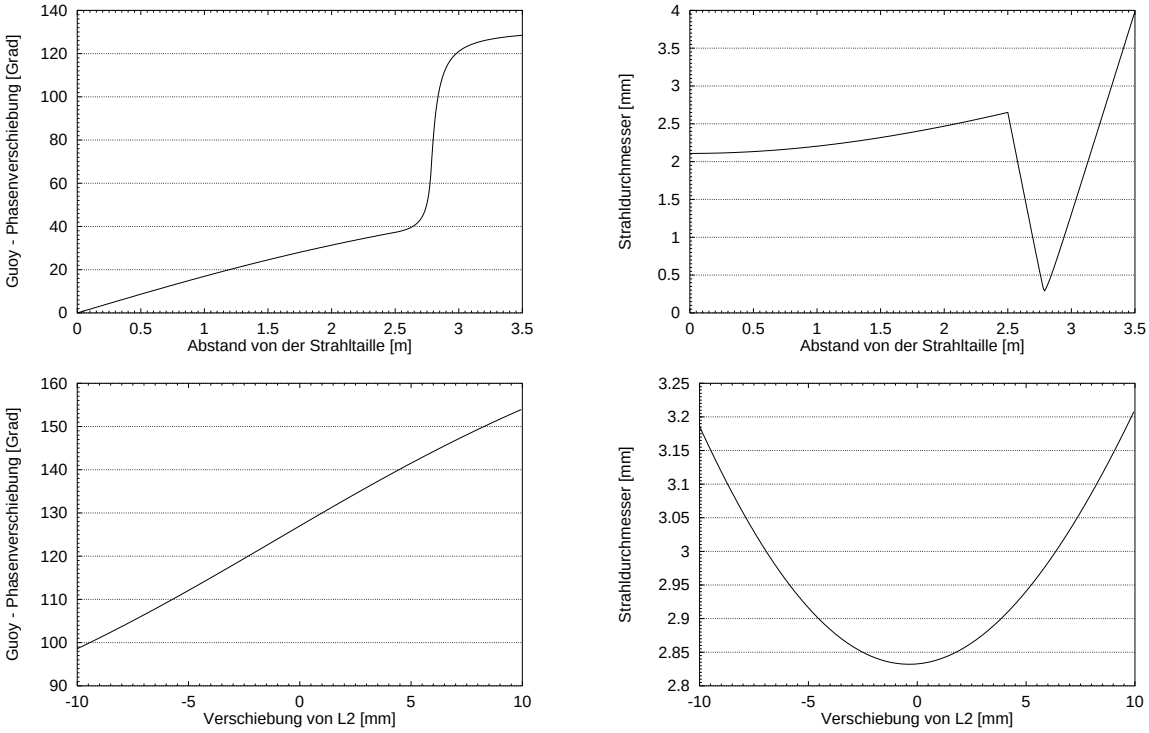


Abbildung 2.6: Ergebnisse der Berechnung des Linsensystems für die ferne Quadrantenkamera.

2.3 Die Regelkreise

2.3.1 Funktion der Stellelemente

Um die Wirkungsweise der Stellelemente zu verstehen, ist in Abbildung 2.7 die Aufhängung eines Resonatorspiegels des Modecleaner von GEO 600 als Doppelpendel gezeigt. Eine 5 x 7 x 8,5 cm große sog. Mittelmasse aus Aluminium hängt an zwei ca. 50 cm langen Drähten. An der Mittelmasse sind zwei Drahtschlaufen befestigt, in denen der Spiegel ca. 60 cm unter der Mittelmasse hängt und deren Bewegungen wie eine Marionette folgt.

Als Stellelemente für die Spiegel dienen in Glas gekapselte Spulen[4], die Kräfte auf Magneten ausüben, die an der Mittelmasse befestigt sind. Zu jeder Mittelmasse gehören vier solcher Spulen, zwei gegenphasig angesteuerte für vertikale Verkippung (Tilt) der Mittelmasse und zwei gleichphasig angesteuerte für horizontales Drehen (Rotation). (In Abbildung 2.7 sind nur die beiden Spulen für Tilt eingezeichnet.) Im Gegensatz zum Garchinger Prototyp sind die Stellelemente an den Mittelmassen (und nicht an den Spiegeln selbst) befestigt, um eine größere Dämpfung des von den Spulen unvermeidlich übertragenen Rauschens zu erreichen.

[4]Die Kapselung dient der Vakuumisolation: Die lackisolierten Drähte der Spulen gasen im Hochvakuum zu sehr aus.

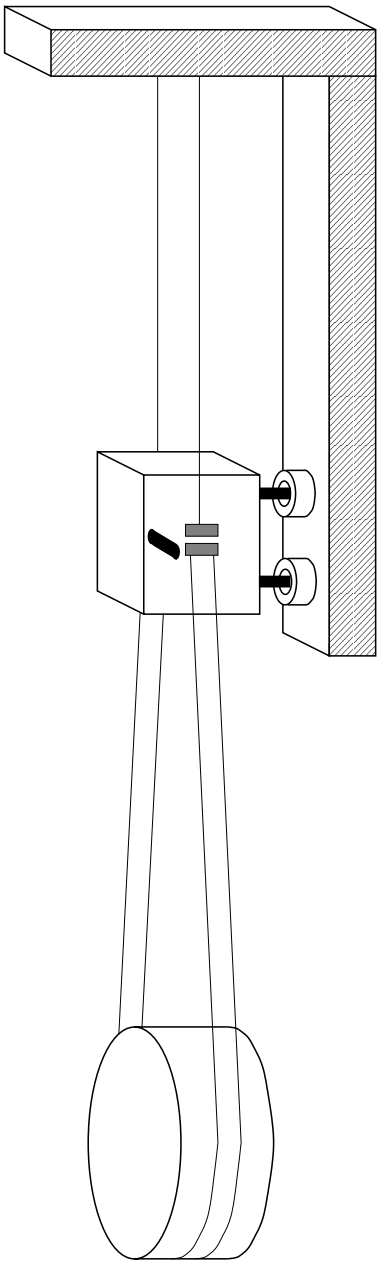


Abbildung 2.7: Prinzip der Doppelpendelaufhängung eines Modecleanerspiegels. Links von der Befestigung der Drähte an der Mittelmasse ist ein Magnet für die Rotation gezeigt, der andere befindet sich auf der Rückseite, punktsymmetrisch zum Mittelpunkt der Masse. Die zwei Spulen für die Rotation sind nicht eingezeichnet.

Lokale Regelungen

Die Doppelpendel dämpfen zwar die seismischen Bewegungen bei Frequenzen oberhalb ihrer Resonanzfrequenz, sie haben aber auch eine sehr hohe Güte von z.B. Q = 10^6 bei Schwingungen auf eben ihren eigenen Frequenzen, so daß die frei aufgehängten Pendel ohne Gegenmaßnahmen auf diesen Frequenzen mit vergleichsweise sehr großer Amplitude und vor allem sehr langen Abklingzeiten schwingen.[5] Um dies zu unterdrücken, gibt es sog. lokale Regelungen, die die Bewegungen der Mittelmasse (und somit über die Kopplung zwischen den Massen auch Bewegungen des Spiegels) dämpfen. Zu diesem Zweck wird die momentane Bewegung der Mittelmassen mit Lichtschranken gemessen, und die erwähnten Magnetspulen werden von den elektronischen Filtern der lokalen Regelung so angesteuert, daß sie dieser Bewegung entgegenwirken. Abbildung 2.8 zeigt das Prinzip dieser Anordnung an den Mittelmassen.

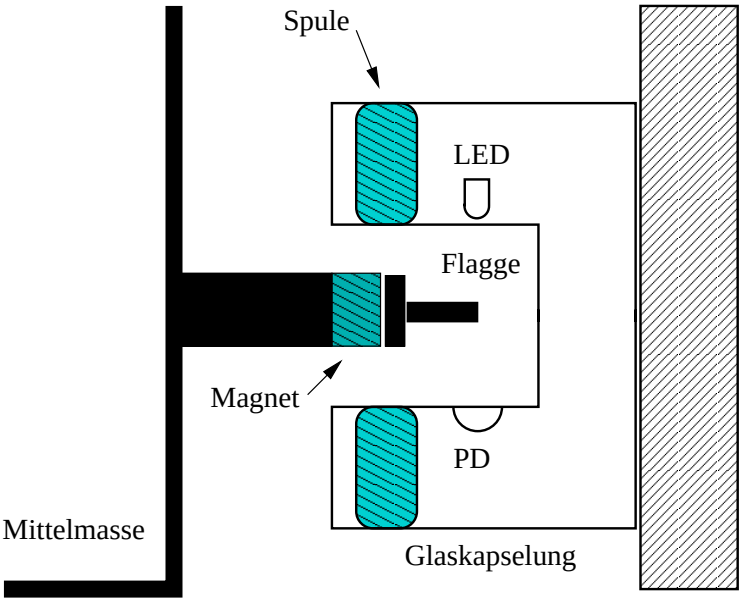


Abbildung 2.8: Anordnung der Lichtschranke und der Spule mit Magnet an den Mittelmassen der Doppelpendel

Die mit vakuumtauglichem Kleber (Ceramabond) auf einem Magnet befestigte Flagge deckt die Photodiode PD teilweise ab, die von einer Infrarot-LED beleuchtet wird. Schwankungen des Photostroms entsprechen somit einer Bewegung der Mittelmasse, bei der die Photodiode mehr oder weniger abgedeckt wird.

Die lokalen Regelungen arbeiten nur im Frequenzbereich der Pendelresonanzen von z.B. 0.3 - 3 Hz. Lokale Regelungen bei DC wären nicht sinnvoll, da die Lichtschranken zu immer kleineren Frequenzen hin immer ungenauer werden (1/f-Rauschen) und man außerdem sowieso Fehlersignale braucht, die nicht nur die *lokale* Position des Spiegels betreffen, sondern die Auswirkung

[5] Eine hohe Güte der Pendel wird angestrebt, um thermisches Rauschen möglichst gering zu halten. Bei einer hohen Pendelgüte wird ein größerer Anteil der Energie des thermischen Rauschens in die Schwingung des Pendels bei seiner Resonanzfrequenz transferiert und kann dort durch aktive Dämpfung (mit den lokalen Regelungen) aus dem System entfernt werden.

dieser Position auf die Lage der Resonatorachse zum einfallenden Strahl. Diese Fehlersignale werden eben nicht am Ort der Mittelmassen gewonnen, sondern am Ort der Quadrantendioden, und sie werden durch die gemeinsame Wirkung mehrerer Spiegel und des einfallenden Strahls verursacht. Das Autoalignment ist also eine *globale* Regelung, die das Zusammenwirken der Spiegel kontrolliert.

Um zusätzlich zur lokalen Regelung die Spulen als Stellelemente für die Spiegelwinkel (und somit z.B. für das Autoalignment) nutzbar zu machen, besitzen die lokalen Regelungen externe Eingänge. Es gibt einen „langsamen“ und einen „schnellen“ Eingang, die sich in ihrem Frequenzgang und Aussteuerbereich unterscheiden.

Abbildung 2.9 zeigt die mit LISO modellierte elektronische Transferfunktion des langsamen Eingangs der lokalen Regelung zur Spannung an den Spulen. (Es sei betont, daß es sich hier um eine rein elektronische Transferfunktion handelt, die nichts mit dem Frequenzgang des Pendels zu tun hat.)

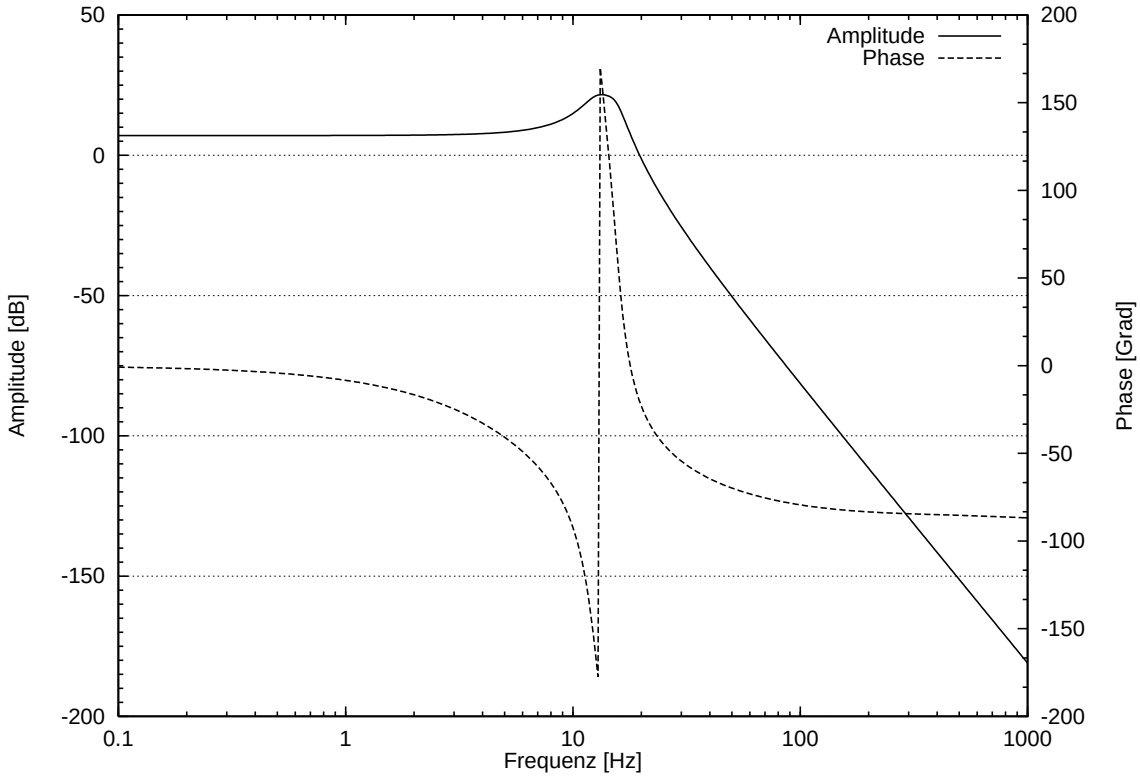


Abbildung 2.9: Modellierte elektronische Transferfunktion des langsamen Eingangs der lokalen Regelung zur Spulenspannung

Bei ca. 10 Hz befinden sich fünf Pole, die eine sehr starke Dämpfung zu höheren Frequenzen bewirken.[6] Diese Pole sind ein Teil der Filter der lokalen Regelung und dienen der Unterdrückung von elektronischem Rauschen bei höheren Frequenzen. Sie sind notwendig, weil die Lichtschranken zur Detektion der Bewegung der Mittelmasse einen großen Beitrag zum Rauschen leisten,

[6] Die Anpassung der Pole liefert: komplexer Pol bei f = 12,8 Hz mit Q = 3,25; komplexer Pol bei f = 15,5 Hz mit Q = 4,49; einfacher Pol bei 9,34 Hz.

und ebenso für eventuelle Digital-Analog-Konverter der digitalen Steuerung von GEO 600, die über den langsamen Eingang Offsets der Spiegelwinkel einstellen und somit dort auch Rauschen einfüttern.

In Abbildung 2.10 ist die Modellierung der Transferfunktion des schnellen Eingangs der lokalen Regelung (mit LISO) dargestellt. Der schnelle Eingang ist AC-gekoppelt und hat einen etwa flachen Frequenzgang im Bereich von ca. 10 Hz bis 500 Hz.[7]

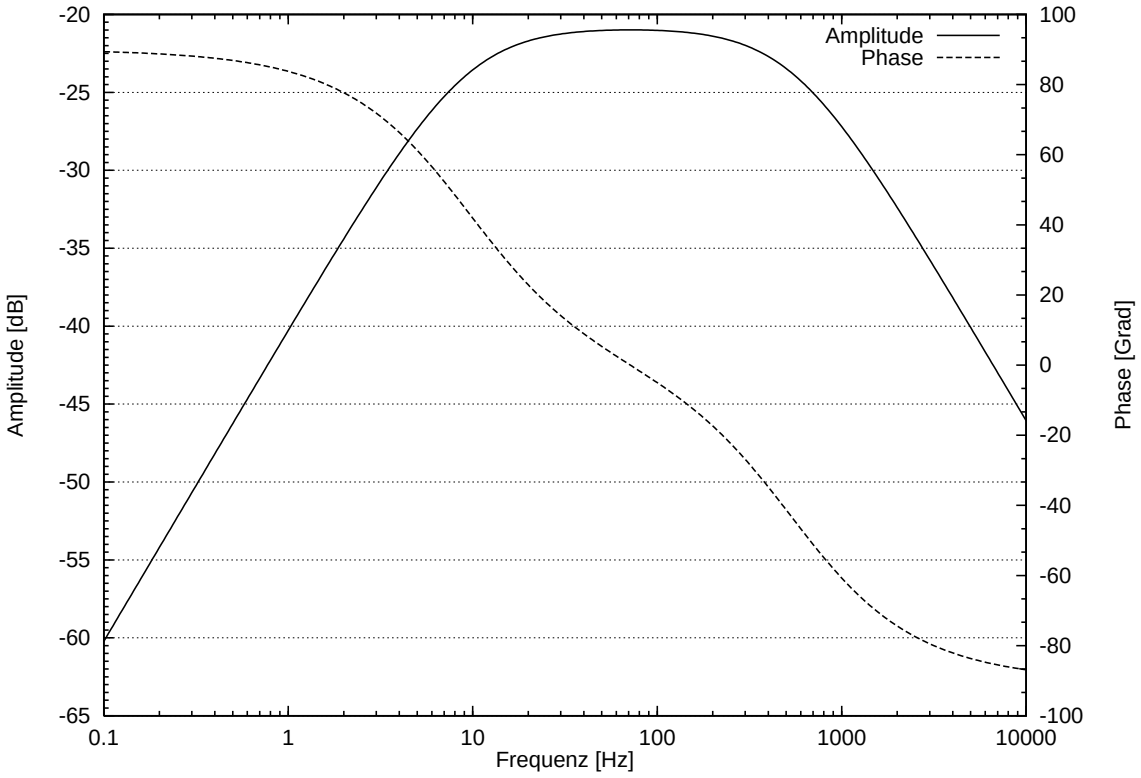


Abbildung 2.10: Modellierte elektronische Transferfunktion des schnellen Eingangs der lokalen Regelung zur Spulenspannung

Transferfunktion der Stellelemente

Bewegt man den *Aufhängepunkt* eines einfachen Pendels mit konstanter *Amplitude* bei ansteigender Frequenz, so beobachtet man eine Dämpfung der Bewegung an der Pendelmasse oberhalb der Resonanzfrequenz, die mit f^2 ansteigt. Denselben Frequenzgang erhält man auch, wenn man eine bei jeder Frequenz konstante *Kraft* auf die *Pendelmasse* wirken läßt.

Beide Prinzipien zusammen ergeben den zu erwartenden Verlauf der Transferfunktion im Fall des in Abbildung 2.7 gezeigten Doppelpendels. Die Spulen an der Mittelmasse üben auf diese eine frequenzunabhängige Kraft aus, die oberhalb der Resonanzfrequenzen mit f^{-4} auf die Bewegung der unteren Masse übertragen wird.

[7] Anpassung der Pole liefert hier: einfacher Pol bei 9,31 Hz; einfacher Pol bei 549 Hz.

Abbildung 2.11 zeigt die gemessene und modellierte Transferfunktion vom langsamen Eingang der lokalen Regelung zur Rotation von Spiegel A. (Für diese Messung wurde der von der unteren Masse reflektierte Strahl eines Laserpointers mit einer Quadrantendiode detektiert.)

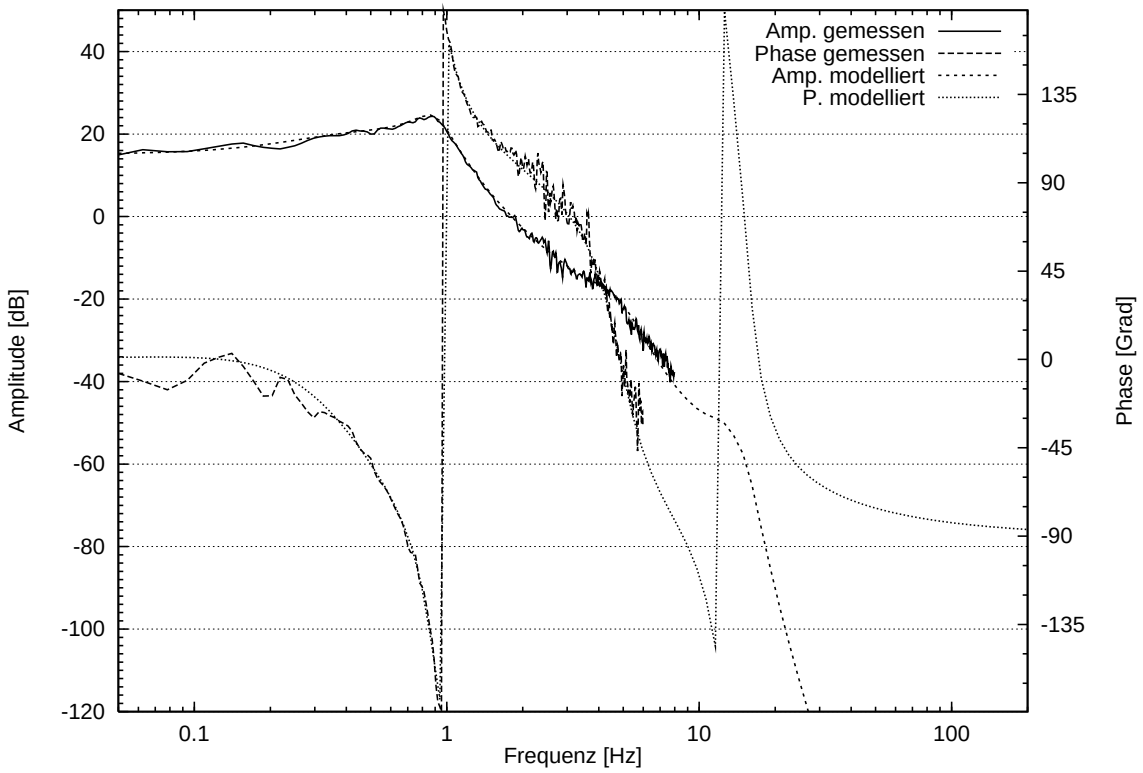


Abbildung 2.11: Transferfunktion des langsamen Spiegelsteuereingangs der lokalen Regelung zur Rotation des Spiegels am Doppelpendel

Ebenfalls dargestellt ist die Anpassung eines Modells an die gemessenen Daten, die zu größeren Frequenzen extrapoliert ist. Das Modell enthält zwei komplexe Pole, die die Transferfunktion des Pendels simulieren und zusätzlich ein komplexes Pol / Nullstellenpaar zur Modellierung der leicht ansteigenden Verstärkung im Bereich um 5 Hz. Dieser Anstieg rührt aus der Einstellung der Verstärkung der lokalen Regelungen her (siehe dazu auch Kap. 4.3). Für die Anpassung der Modellparameter wurden zusätzlich die Parameter der elektronischen Transferfunktion des langsamen Eingangs einbezogen (die ja in der Messung enthalten sind), aber nicht mit angepaßt.[8] Im Bild erkennt man die Abnahme der Amplitude ab 1 Hz mit etwa f^{-4}. Die Phasenverzögerung erreicht bereits bei ca. 5 Hz den Wert von -360°, der einer Dämpfung mit f^4 entspricht (-90° pro Pol der Transferfunktion). Durch die in Abbildung 2.9 gezeigte *elektronische* Transferfunktion des langsamen Eingangs entstehen die zusätzlichen Pole bei ca. 10 Hz.

[8] Die Anpassung ergibt: komplexer Pol bei f = 0.439 Hz mit Q = 0.676; komplexer Pol bei f = 0.9 Hz mit Q = 3.01; komplexe Nullstelle bei f = 1.36 Hz mit Q = 0.166 und komplexer Pol bei f = 4.85 Hz mit Q = 2.07.

2.3.2 Die Regelfilter

Integratoren

Eine relativ einfache Möglichkeit des Entwurfs der Regelfilter sind Integratoren. Man kann damit eine funktionierende Regelung bauen, wenngleich man sich mit einer Regelbandbreite bescheiden muß, die kleiner als die Resonanzfrequenzen der Transferfunktionen ist. Für diesen Versuch wurde für jeden der vier Freiheitsgrade α_b, α_-, β_b und β_+ ein Integrator (Anhang A.2, S. 94) mit einem sog. $f^{-1/2}$-Filter (Anhang A.2, S. 97) kombiniert. (Zur Erklärung der Begriffe dieses Abschnitts siehe auch Anhang A, zur Einführung in Regelungen.)

Mit einem $f^{-1/2}$-Filter kann man eine zusätzliche (zusätzlich zu einem einfachen Integrator) Verstärkung in der Regelschleife zu kleinen Frequenzen hin erreichen. (Die Voraussetzung für eine unbedingt stabile Regelung ist dabei, daß die Phase der Transferfunktion *ohne* $f^{-1/2}$-Filter in dem gewünschten Frequenzbereich nicht viel kleiner als $-90°$ ist, also fast nur von dem Integrator bestimmt wird.)

Abbildung 2.12 zeigt den Entwurfsfrequenzgang der gebauten $f^{-1/2}$-Filter. Das Ergebnis der Regelung mit diesen Filtern ist in Kapitel 4.4.2 dargestellt.

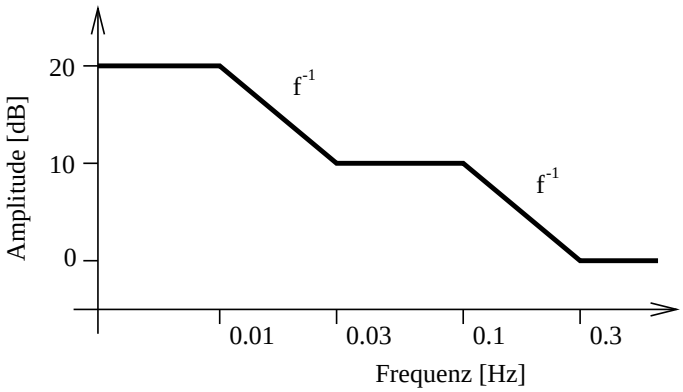


Abbildung 2.12: Entwurfsfrequenzgang für Regelung mit $f^{-1/2}$-Filter. Der zusätzliche Integrator der Regelung ist nicht berücksichtigt

Kompensation des Phasenabfalls

Möchte man die Bandbreite der Regelung zu Frequenzen oberhalb der Resonanzfrequenz vergrößern, z.B. um Winkelschwankungen der Spiegel bei diesen Frequenzen zu unterdrücken, so stößt man auf das Problem des relativ steilen Amplituden- und Phasenabfalls der Transferfunktionen. Diesen muß man kompensieren, damit die Phase bei der unity-gain-Frequenz deutlich weniger als $180°$ (typischerweise z.B. $135°$) verzögert ist.

Eine Möglichkeit besteht in der genauen elektronischen Kompensation der gemessenen Transferfunktion durch komplexe Pol / Nullstellenpaare. Kann man das erreichen, so ist die resultierende

Transferfunktion flach, und man kann dann die unity-gain-Frequenz im Prinzip auch dorthin legen, wo zuvor die Resonanz der Transferfunktion war. Das Verfahren ist jedoch nur dann zweckmäßig, wenn die Transferfunktionen konstant sind. Wie man aber in Abbildung 4.1 auf S. 77 sieht, ist die Höhe des Resonanzpeaks z.B. von der Verstärkung der lokalen Regelungen abhängig. Man kann zwar fordern diese konstant zu halten, in der gegenwärtigen Phase des Aufbaus von GEO 600 werden aber gelegentlich verschiedene Parameter zur Charakterisierung der Modecleaner verändert. Daher ist es sinnvoll, es zunächst mit einem anderen Filteransatz zu probieren.

Jede Regelung für das Autoalignment der Modecleaner, die eine unity-gain-Frequenz größer als ca. 5 Hz anstrebt, muß neben den langsamen Eingängen der lokalen Regelungen auch die schnellen verwenden. In Abbildung 2.9 erkennt man den steilen Phasenabfall ab dieser Frequenz. Da er elektronisch erzeugt wird, macht es keinen Sinn, ihn ebenfalls elektronisch mit Differnzierern zu kompensieren: Man würde nur zusätzliches Rauschen einfügen.

Will man langsamen und schnellen Eingang gemeinsam benutzen, so muß man festlegen, bei welcher Frequenz sie die gleiche Verstärkung haben sollen, sich ihre Amplitudendarstellungen also schneiden (engl. *crossover*). Unterhalb dieser Frequenz dominiert dann der langsame, oberhalb der schnelle Eingang.

Abbildung 2.13 zeigt einen gewählten Crossover bei ca. 2 Hz. Für den langsamen Eingang wurde

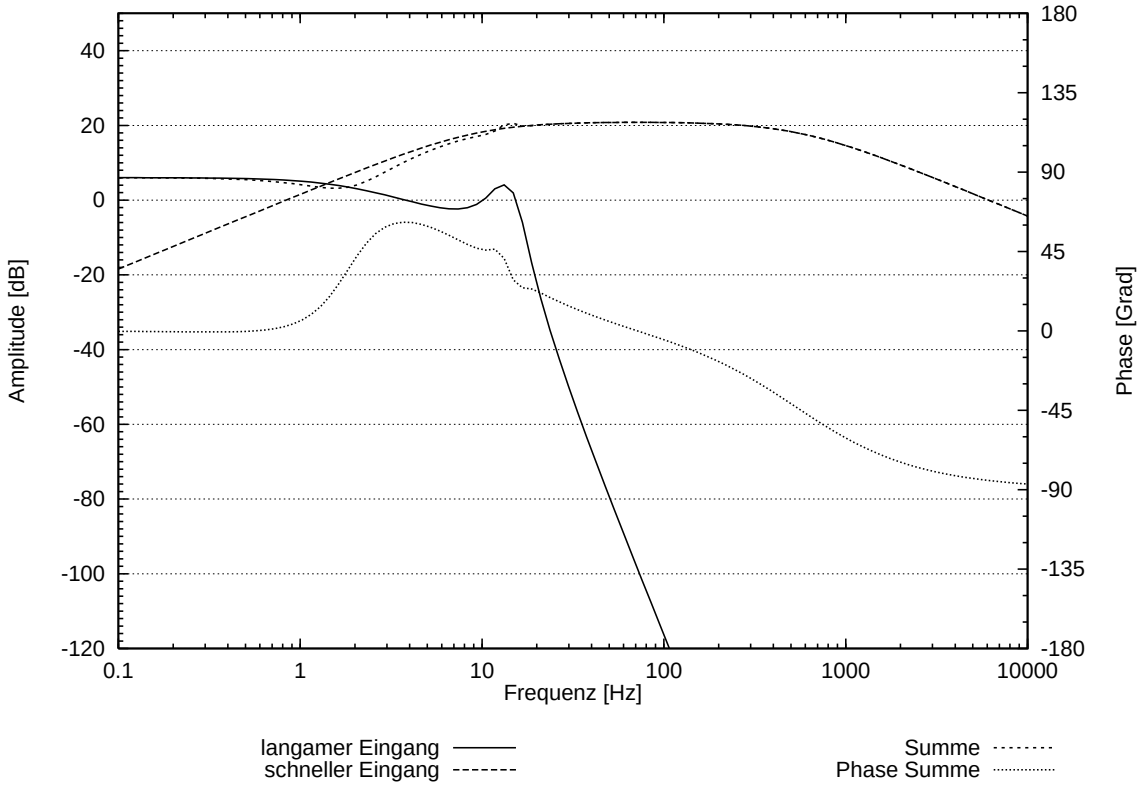


Abbildung 2.13: Crossover zwischen langsamem und schnellem Eingang der lokalen Regelung

ein zusätzlicher Pol bei 2 Hz gewählt (realisierbar durch einen einfachen Tiefpaß), damit der Peak bei ca. 10 Hz deutlich unterhalb des schnellen Eingangs bleibt. Würde er das nicht tun, so hätte die Phase des langsamen Eingangs, die beim Peak schon $-180°$ beträgt, einen zu großen Einfluß auf die resultierende Gesamtphase. Der schnelle Eingang muß um 42 dB (Faktor 120) verstärkt werden, um den gewünschten Crossover zu erreichen. (Es ist auch möglich, den langsamen Eingang um 42 dB abzuschwächen; in beiden Fällen ist jeweils das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu beachten.) In Abbildung 2.13 ist ebenfalls die Phase der resultierenden Summe dargestellt. Sie eilt im Bereich 2 Hz bis 20 Hz grob um $45°$ vor, wodurch die Arbeit der Differenzierer etwas erleichtert wird.

Für eine Regelung mit einer unity-gain-Frequenz oberhalb der Pendelresonanzen wurde ein Filter mit vier transienten Differenzierern (zum transienten Differenzierer siehe Anhang A.2, S. 95) entworfen. Abbildung 2.14 zeigt den Entwurfsfrequenzgang des Filters.

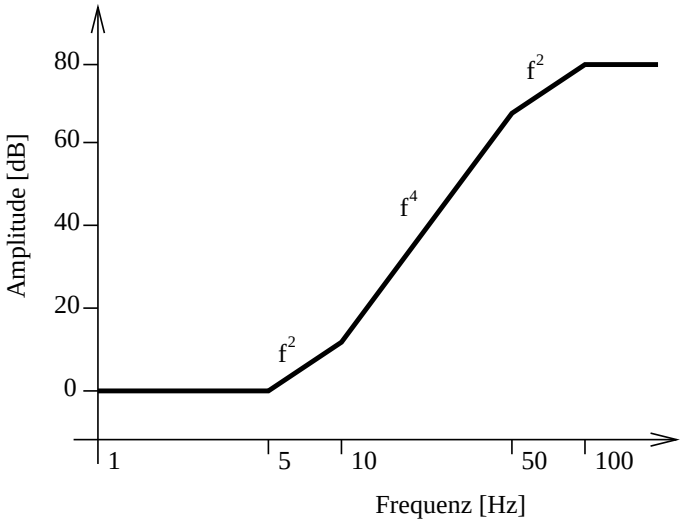


Abbildung 2.14: Entwurfsfrequenzgang mit vier Differenzierern

Es besteht aus zwei transienten Differenzierern von 5 Hz bis 50 Hz, und zwei weiteren von 10 Hz bis 100 Hz. In Abbildung 2.15 sieht man Amplituden- und Phasengang dieses Filters und die damit theoretisch mögliche open-loop-Transferfunktion der gesamten Regelung unter Benutzung des langsamen und schnellen Eingangs mit dem oben gewählten Crossover.[9]

Im Diagramm liest man eine unity-gain-Frequenz von 30 Hz ab. Zusätzlich kann man noch einen bei einigen Hz abgefangenen Integrator dazuschalten, um die Schleifenverstärkung zu kleinen Frequenzen schneller zu vergrößern. Problematisch kann das Einschalten der Regelung sein. Zwar ist die dargestellte Regelung im Prinzip unbedingt stabil (die Phase unterschreitet nie $-180°$), praktisch ist aber nicht exakt der angegebene Frequenz- und Phasengang zu erwarten, so daß der Regelkreis bedingt stabil werden kann. Sind beim Einschalten der Regelung die Abweichungen

[9] Zur Berechnung der open loop Transferfunktion wurde die Transferfunktion des Regelfilters mit der in Abbildung 2.13 dargestellten Summe von langsamem und schnellem Eingang sowie der angepaßten Transferfunktion des Pendels multipliziert.

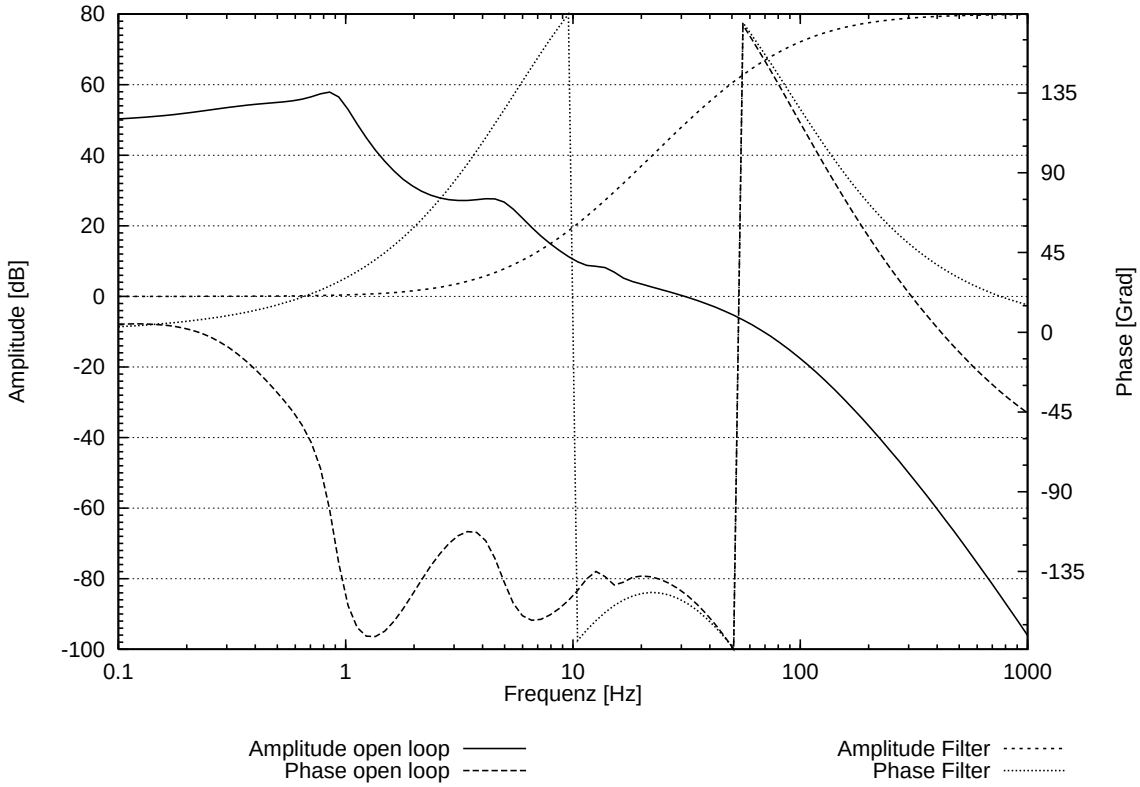


Abbildung 2.15: Amplituden- und Phasengang des Regelfilters und projektierte open-loop-Transferfunktion

der Spiegel von ihrer optimalen Lage groß, so werden die Operationsverstärker der Differenziererstufen sicher sättigen, und es besteht die Gefahr, daß der Modecleaner „aus dem Lock fällt“. Fährt man die Verstärkung dagegen langsam von Null an hoch, so kann es zu Problemen mit der bedingten Stabilität des Regelkreises kommen (das System kann also schwingen).

Ein weiteres Problem ist die Realisierbarkeit der dargestellten Regelfilter. Die Verstärkung der Differenzierer beträgt 10000 (80 dB), hinzu kommt der Faktor 120 der Verstärkung des schnellen Eingangs. Sorgfältige Betrachtung des dynamischen Bereichs und des eingefügten Rauschens werden notwendig sein. Eventuell ist es unumgänglich, den schnellen Eingang der lokalen Regelung so zu verändern, daß er nicht mehr die 20 dB Abschwächung zeigt wie in Abbildung 2.10.

Kapitel 3

Die Komponenten

3.1 Die Strahlumlenker

3.1.1 Übersicht

Eine Strahlumlenkereinheit besteht aus zwei Galvanometer-Scannern mit Spiegeln sowie einem Regler (oder auch *Servo*). Die Strahlumlenker haben die Aufgabe, den am Einkoppelspiegel der Modecleaner reflektierten Strahl (siehe Kapitel 1.3, S. 12), der zur Gewinnung der Fehlersignale dient, auf jeweils einer Quadrantendiode zentriert zu halten. Dies hat sich bereits beim Autoalignmentsystem des 30 m-Prototyp in Garching [12] als notwendig erwiesen, um insbesondere bei der Lockacquisition korrekte Fehlersignale zu erhalten.

Ist der Referenzstrahl nicht genau auf der Diode zentriert, so erscheint er im Koordinatensystem der Diode als ein Strahl mit Beimischung höherer Moden, was beim detektierten Fehlersignal zu einer kleineren Amplitude des gewünschten Signals führt, aber vor allem auch zur Überlagerung falscher Signale [22]. Bei großen Abweichungen können die Fehlersignale völlig unbrauchbar werden oder verschwinden. Da beim Einschalten des Autoalignments die Fehlstellungen der Spiegel noch groß sind (z.B.einige 10 μrad), haben zu diesem Zeitpunkt die aus dem Resonator austretenden Strahlen eine relativ große Abweichung von ihrer nominellen Lage, so daß der für das Autoalignment detektierte Strahl mittels der Strahlumlenker auf der Quadrantendiode zentriert wird.

3.1.2 Die Galvanometer-Scanner

In den Strahlumlenkern werden kommerzielle Galvanometer-Scanner der Firma *General Scanning* eingesetzt.[1] Sie besitzen eine kugelgelagerte Achse, die (wie bei einem Drehspulinstrument) durch

[1] Diese Scanner werden üblicherweise zum Ablenken von Laserstrahlen in Discos oder bei der Materialbearbeitung benutzt.

einen Strom durch interne Magnetspulen um einen Winkel aus ihrer Ruhelage ausgelenkt werden kann. Eine Feder übt eine Rückstellkraft auf die Achse aus.

Auf der Achse sind Aluminium-Spiegelhalter montiert, die in den hauseigenen Werkstätten gefertigt wurden. Die verwendeten Spiegel sind ca. 10 x 10 x 4 mm groß, goldbeschichtet und bei 1064 nm Lichtwellenlänge hochreflektierend. Zwei dieser Einheiten befinden sich rechtwinklig übereinander, so daß ein Lichtstrahl horizontal und vertikal abgelenkt werden kann. Bei den Galvanometer-Scannern standen zwei Typen zur Auswahl, die sich durch die Steifheit der Rückstellfeder (und somit in den Eigenresonanzen) und im Aussteuerbereich unterscheiden.

Beim Typ G 102 bewirkt ein Strom von $\pm$ 0,5 A eine Auslenkung der Achse um ca. $\pm$ 1 Grad, die Maximalauslenkung beträgt $\pm$ 2 Grad. Die freie Eigenresonanz (ohne auf der Achse montierten Spiegelhalter) beträgt ca. 2.5 kHz, die nach Montage der Spiegelhalter mit Spiegeln durch das größere Trägheitsmoment auf ca. 400 Hz sinkt. Typ G 108 hat eine weichere Rückstellfeder, was sich in einem kleineren Ansteuerstrom von $\pm$ 0.15 A pro $\pm$ 1 Grad niederschlägt. Die freie Eigenresonanz liegt bei ca. 1,5 kHz.

Um Kriterien für die Auswahl des Scannertyps abzuwägen, wurde gemessen, wie stark akustische Signale auf die Spiegel einkoppeln. Zu diesem Zweck wurde jeweils ein Lautsprecher in ca. 5 cm Abstand montiert und mit weißem Rauschen aus dem Signalgenerator eines Spektrum-Analysators angesteuert. Gemessen wurde das Winkelrauschen der Spiegel, wobei kein signifikanter Unterschied zwischen G 102 und G 108 festgestellt werden konnte. Die Wahl fiel schließlich auf G 102, da der im Betrieb benötigte Aussteuerbereich deutlich kleiner als $\pm$ 2 Grad ist.

Da die Magnetspulen der benutzten Scanner eine relativ große Induktivität von 3.9 mH besitzen (der Wert wurde aus der Anpassung eines elektrischen Modells an die Meßdaten der Scanner gewonnen), war es sinnvoll einen Stromtreiber zu entwerfen, der eine Eingangsspannung möglichst linear in einen Strom durch die Scannerspulen umsetzt, ohne eine größere Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom einzufügen (wie es bei einer Spannungsquelle der Fall wäre). Der entworfene Stromtreiber hat einen flachen Frequenzgang bis in den kHz-Bereich mit einer Phasenverschiebung (zwischen Eingangsspannung und Galvostrom) von ca. 6 Grad bei 2 kHz. Für den Stromtreiber werden Leistungs-Operationsverstärker (L 165) verwendet, die einen Strom von ca. 2 A liefern können.[2] (Schaltplan in Anhang B.1, S. 102, H2 - K7.)

Abb. 3.1 zeigt die Transferfunktion eines G 102 mit Spiegel und vorgeschaltetem Stromtreiber. Gemessen wurde die Spiegelauslenkung als Funktion der Eingangsspannung des Stromtreibers.

Die Spiegelauslenkung wurde optisch bestimmt, indem ein Laserstrahl von dem auf der Achse des Galvos montierten Spiegel abgelenkt wurde und auf eine Quadrantendiode (siehe Kap. 3.2) fiel. Durch den Stromtreiber fällt die Phase ab ca. 1kHz etwas mehr ab als allein durch die mechanische Resonanz zu erwarten wäre. Außer der Resonanz bei ca. 400 Hz erkennt man eine zweite Resonanz bei etwa 13 kHz, die durch die Spiegelhalterung verursacht wird.

[2] Falls man die Bandbreite des Regelkreises über die erreichten 2 kHz hinaus verbessern will, wäre ein erster Ansatz, die Phasenverschiebung des Stromtreibers zu verringern. Man müßte dann aber wahrscheinlich auch das Trägheitsmoment der Spiegelhalter noch verringern, um die mechanischen Resonanzen zu höheren Frequenzen zu schieben.

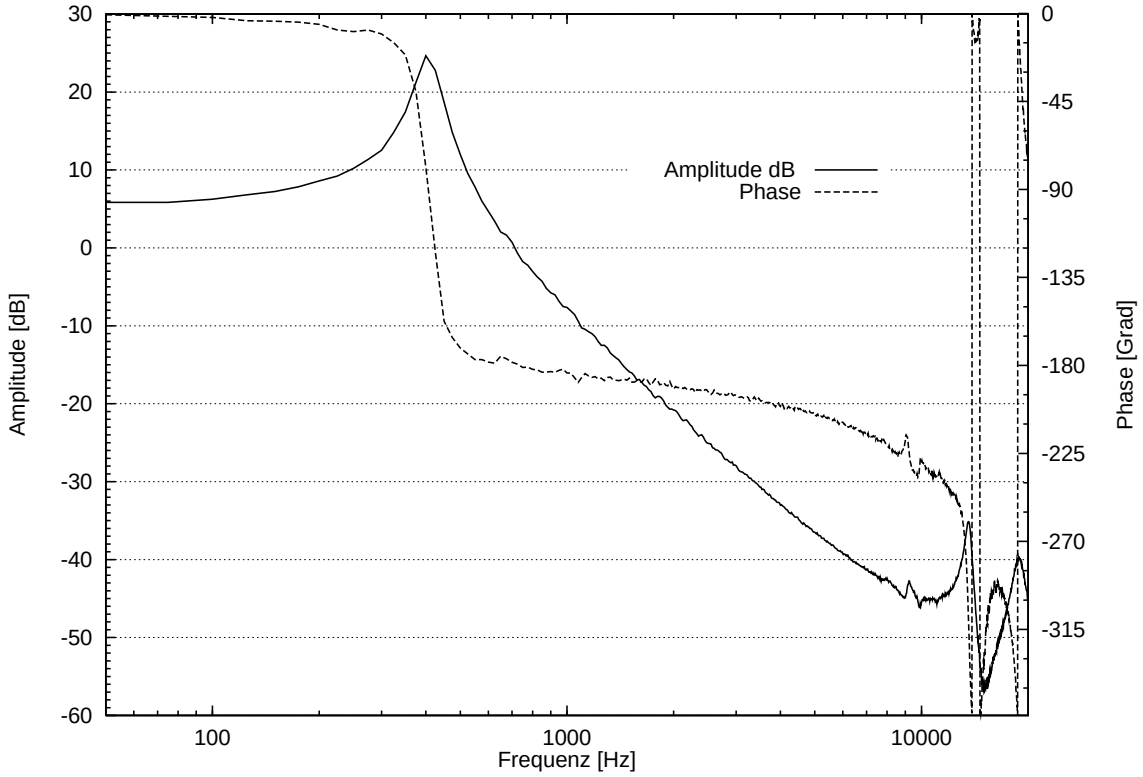


Abbildung 3.1: Transferfunktion von der Eingangsspannung des Stromtreibers zur Spiegelposition eines G 102- Galvanometer-Scanners

3.1.3 Aufbau der Regelung

Der Regler zur Steuerung der Galvanometer-Scanner muß eine deutlich größere (z.B. die 10-fache) unity-gain-Frequenz (hier synonym mit der Bandbreite) haben, als der eigentliche Autoalignmentregelkreis, der die Verkippung der aufgehängten Modecleanerspiegel kontrolliert. Wäre dies nicht der Fall, so würden Strahlschwankungen auf der Quadrantendiode im Frequenzbereich der Autoalignment-Regelung falsche Fehlersignale (also Fehlstellungen der Resonatorspiegel) vortäuschen, was zum Schwingen des Systems führen kann.

Für den Entwurf des Strahlumlenker-Regelkreises ist die Transferfunktion der Galvanometer-Scanner (also der Stellelemente mitsamt ihrer Ansteuerung) maßgeblich. Wie bereits erwähnt, besitzen diese (mit montierten Spiegeln) eine Resonanz bei ca. 400 Hz, mit einer Güte Q von etwa 10.

Das einfachste denkbare Regelfilter ist wieder ein Integrator, mit dem man z.B. eine unity-gain-Frequenz von 20 Hz einstellen könnte. (Siehe dazu auch Anhang A.) Für das Autoalignment des Modecleaner-Resonators von GEO wäre dies aber zu wenig, da man bei der Bandbreite des Autoalignmentrelkreises von vorneherein auf z.B. 2 Hz beschränkt wäre. Somit wurde ein Reglerentwurf gesucht, der eine unity-gain-Frequenz *über* der Resonanzfrequenz des Stellelements ermöglicht, was außerdem zu mehr Verstärkung im Regelkreis bei kleinen Frequenzen führt.

Kompensation der Resonanz

Zunächst wurde versucht die Resonanz zu kompensieren, indem man ein elektronisches Filter mit dem inversen Frequenzgang der Scanner im Bereich ihrer Resonanz benutzt, so daß als Resultat ein flacher Frequenzgang entsteht. Für eine funktionierende Regelung genügt dann ein zusätzlicher Integrator. Zur Realisierung dieser Kompensation wurden biquadratische Filter (vom Typ Akerberg-Mossberg, [32]) verwendet, wobei sich allerdings herausstellte, daß die Resonanzfrequenz der Galvos amplitudenabhängig ist.

Abbildung 3.2 zeigt die gemessene Abhängigkeit, wobei die Resonanzfrequenz variiert zwischen ca. 600 Hz bei kleinen und ca. 400 Hz bei größeren Amplituden. Die Ursache für diese Nichtlinearität ist möglicherweise eine nichtlineare Rückstellfeder oder eine von der Auslenkung abhängige Kopplung zwischen Spule und Permanentmagnet.

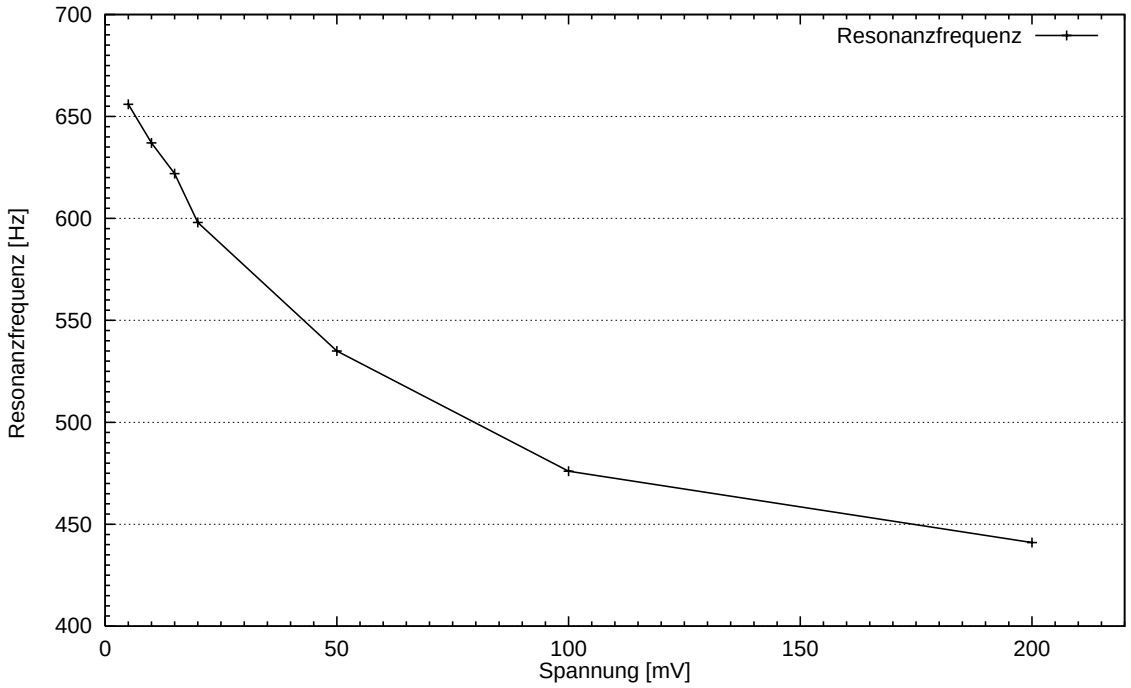


Abbildung 3.2: Resonanzfrequenz der Galvanometerscanner in Abhängigkeit von der Ansteuerspannung

Ein biquadratisches Filter läßt sich allerdings nur für eine feste Resonanzfrequenz genau anpassen, so daß erhebliche Phasen- und Amplitudenschwankungen beim Auftreten verschiedener Amplituden und somit Resonanzfrequenzen auftraten. Ein weiteres Problem für das biquadratische Filter waren große Fehlersignale (von z.B. 1 V) bei 400 Hz, die insbesondere beim Einschalten der Regelung auftraten und vom Filter eine nicht zu realisierende Ausgangsspannung verlangten (Sättigung der Operationsverstärker an der Betriebsspannungsgrenze). Dies führte zu inkonsistenten

Stellsignalen und schließlich zum Schwingen des Systems. Es wurde versucht dieses Problem mit einem Anstiegsratenbegrenzer zu lösen, jedoch war das System durch die Schwankung der Scanner-Resonanzfrequenz mit der Amplitude weiterhin anfällig für Schwingungen.

Hochpaß „hinter“ der Resonanz

Als zweite Möglichkeit wurde ein Filter bestehend aus einem transienten Tiefpaß, einem transienten Hochpaß und einem zweipoligen Tiefpaß ausprobiert (zu den Filtern siehe Anhang A.2, S. 94, 95 und 98). Der Tiefpaß (Integrator) führt zu mehr Verstärkung in der Regelschleife bei kleineren Frequenzen als der Resonanzfrequenz des Scanners. Der Hochpaß ermöglicht eine unity-gain-Frequenz „hinter“ der Resonanz, was bedeutet, daß die Phasenverschiebung in der Regelschleife von -180° durch die Scannerresonanz vom Hochpaß auf theoretisch maximal -90° „zurückgedreht“ wird. (Zur Erläuterung eines solchen Reglers siehe Anhang A.1.2, Beispiel S. 91.)

Abb. 3.3 zeigt den Entwurfsfrequenzgang dieses Filters. Die Eckfrequenzen des transienten Tiefpasses liegen bei 0.1 Hz und 200 Hz, die des transienten Hochpasses bei 300 Hz und 6 kHz, und der zweipolige Tiefpaß setzt bei 6 kHz ein, mit einer Güte von Q = 1.

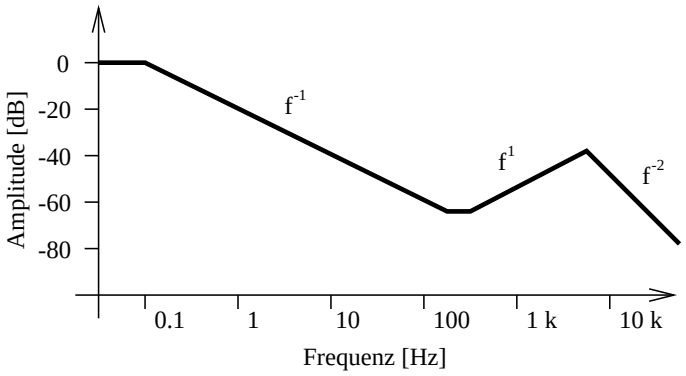


Abbildung 3.3: Entwurfsfrequenzgang der Regelfilter für die Strahlumlenker

Abb. 3.4 zeigt den entsprechenden modellierten Amplituden- und Phasengang. (Schaltplan in Anhang B.1, S. 101, A4 - F7.)

Der zweipolige Tiefpaß unterdrückt höhere Resonanzen der Scanner (z.B. bei 13 kHz). Für die Stabilität der Regelung ist es wichtig, daß deren Amplitude im gesamten open-loop-gain unterhalb 0 dB bleibt.

Mit diesem Filterentwurf funktionierte die Regelung, jedoch erwies sich das System – aufgrund der starken Resonanz der Galvos bei ca. 400 Hz – zunächst immer noch als anfällig für Schwingungen bei dieser Frequenz. Die Amplitude dieser Schwingungen war so groß, daß der geführte Strahl die Photodiode verließ, was zu sehr großen Nichtlinearitäten des Fehlersignals führte, da die Position des Strahls für das System zeitweilig unbekannt war.

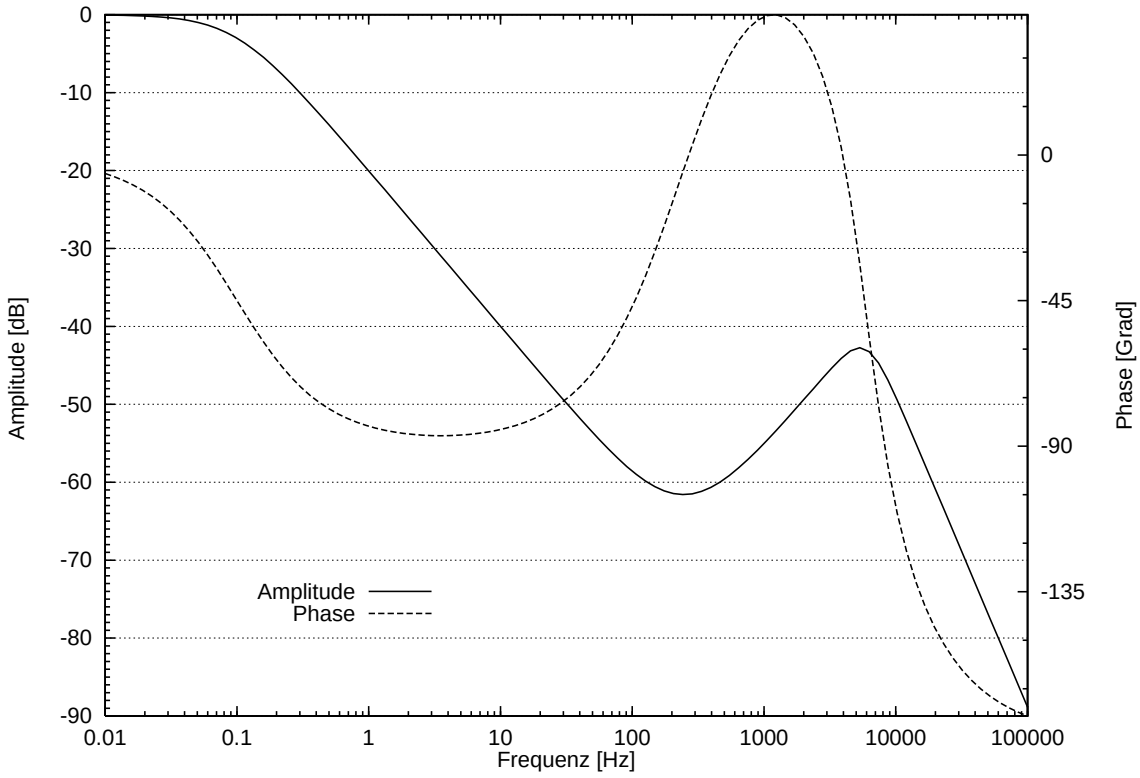


Abbildung 3.4: Transferfunktion des Regelfilters für die Strahlumlenker

Das Problem konnte gelöst werden, indem ein Komparator die auf die Quadrantendiode auftreffende Lichtleistung mit einem Mindestwert vergleicht und ein digitales Signal zur Verfügung stellt, sobald der Strahl von der Diodenfläche gelaufen ist oder aus einem beliebigen anderen Grund stark an Leistung verliert. Das digitale Signal wird zur Betätigung von CMOS - Analogschaltern verwendet, die die Verstärkung des Regelkreises auf null schalten, wodurch die Scannerspiegel in ihre Mittenposition zurückwandern. Ist die Mittenposition so gewählt, daß der Strahl die Diode trifft, so wird der Regelkreis automatisch wieder geschlossen. Da ein plötzliches Einschalten der Verstärkung aber wieder zu großamplitudigen Schwingungen führen könnte, wird die Verstärkung des Kreises mittels eines Integrators über ca. 100 ms von null bis zum Endwert hochgefahren, wodurch ein „weiches“ Einschalten der Regelung erreicht wird.

Da die Ausgangsspannung des DC-Pfades (siehe S. 53) der Quadrantendioden sowohl von der Position des Strahls auf der Diode als auch von seiner Leistung abhängt, wird ist die Gesamtverstärkung des Regelkreises (ohne Gegenmaßnahmen) auch von der Lichtleistung auf der Diode bestimmt. Insbesondere während der Lockacquisition des Autoalignment-Regelkreises kann die Lichtleistung aber stark schwanken[3] , so daß sich die unity-gain-Frequenz der Regelung verschiebt. Auf diese Weise können kleine Scanner-Resonanzen, die bei 5 kHz liegen, im open-loop-gain die 0 dB-Schwelle erreichen. Um diese Gefahr von Schwingungen zu vermeiden, wurde ein

[3] Z.B. durch sich ändernde Einkopplungseffizienz im Modecleaner.

analoger Dividierer (AD 734) in den Regelkreis geschaltet, der das Fehlersignal von der Diode durch die momentane Lichtleistung (detektiert durch die Summenspannung aller vier Quadranten der Diode) dividiert. Auf diese Weise wird ein „normiertes“ Fehlersignal erzeugt, das nur noch von der Position, aber nicht mehr von der Lichtleistung des Strahls abhängt. Der zusätzliche Multiplikationseingang des Dividiererbausteins ermöglicht das bereits erwähnte „weiche“ Einschalten der Regelung. (Schaltplan in Anhang B.1, S. 100 A4 - E7.)

3.1.4 Die Regelung im Betrieb

Abbildung 3.5 zeigt die open-loop-Transferfunktion, die aus der gemessenen closed-loop-Transferfunktion berechnet wurde. Ebenfalls dargestellt ist ein angepaßtes Modell mit der Extrapolation des Frequenzgangs zu kleinen Frequenzen. Die unity-gain-Frequenz liegt bei etwa 2 kHz, mit einer Phasenreserve von ca. 30°.

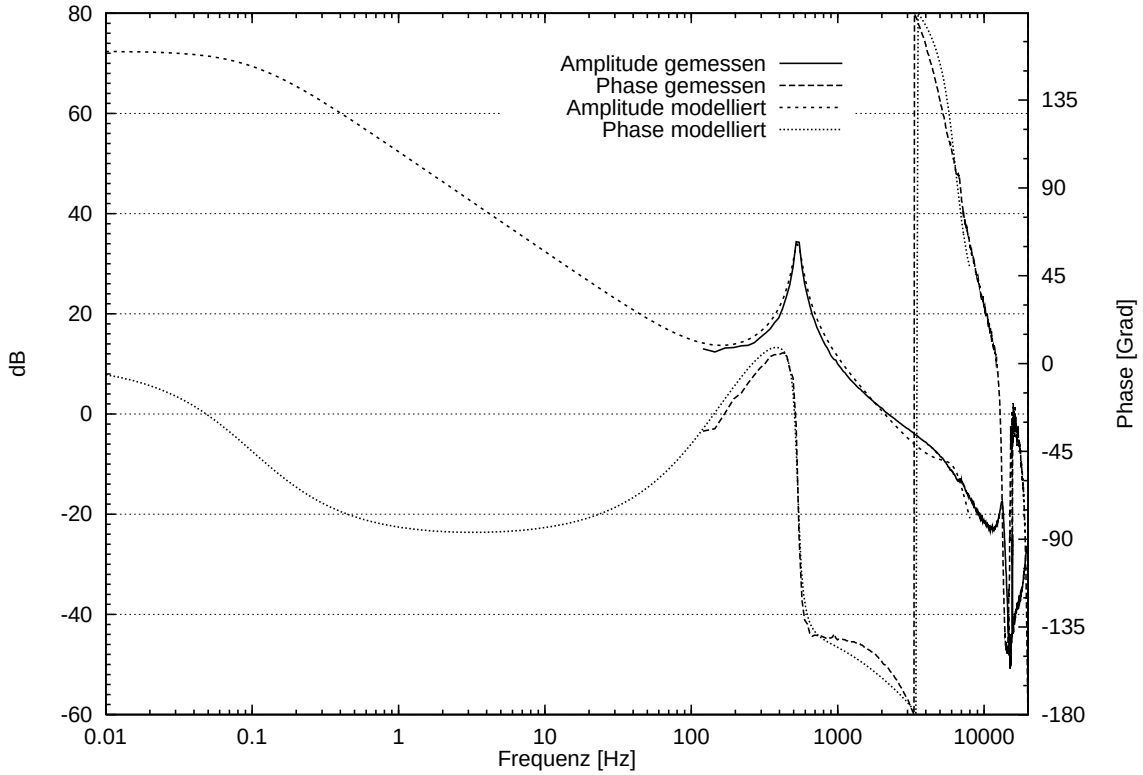


Abbildung 3.5: Open-loop-Transferfunktion, berechnet aus der gemessenen closed-loop-Transferfunktion. Zusätzlich ist ein angepaßtes Modell mit der Extrapolation des Frequenzgangs zu kleinen Frequenzen dargestellt.

Abbildung 3.6 zeigt die Position des Laserstrahls auf der Quadrantendiode beim Ein- und Ausschalten der Regelung für einen Freiheitsgrad. Vor dem Einschalten befindet sich der Strahl nicht im Zentrum der Diode. Durch das automatische Hochfahren der Verstärkung über 100 ms kommt es nicht zum Überschwingen beim Einschalten. Wird der Regelkreis abgeschaltet, so sieht man das freie Ausschwingen des Galvanometer-Scanners mit dem auf der Achse montierten Spiegel.

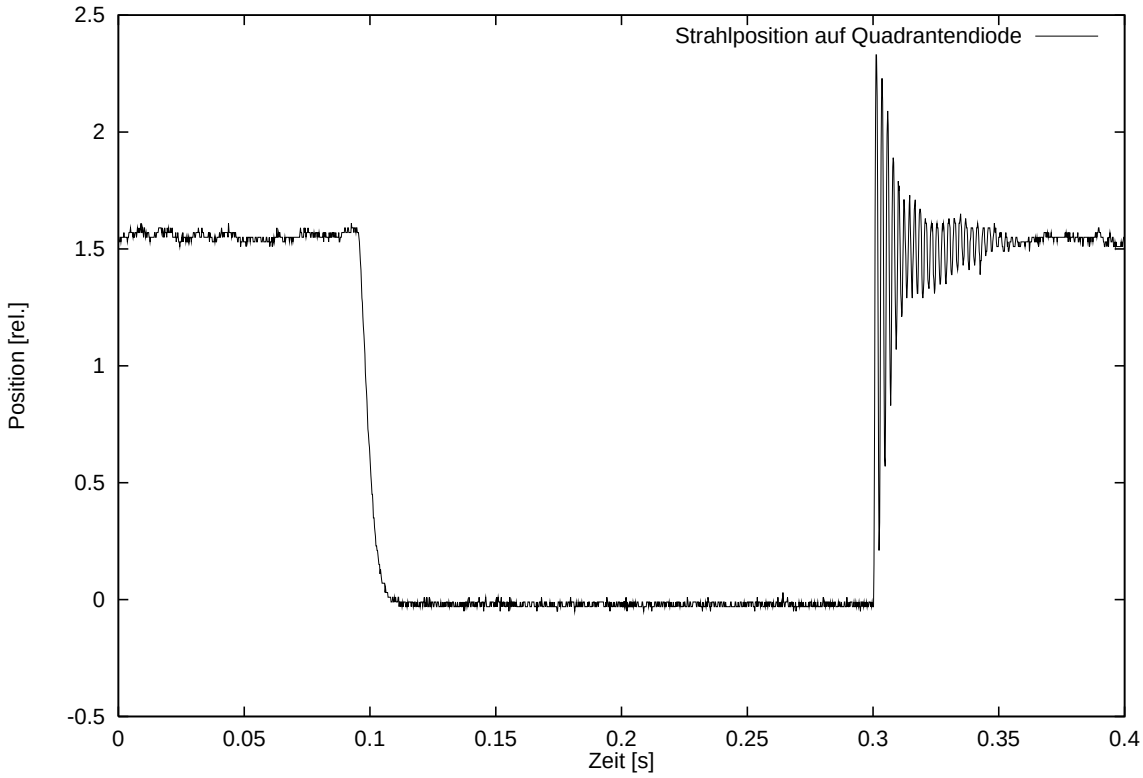


Abbildung 3.6: Position des Strahls auf der Quadrantendiode bei Ein- und Ausschalten der Regelung

3.2 Die Quadrantenkameras

3.2.1 Übersicht

Als *Quadrantenkamera* oder *Kamera* bezeichnen wir eine Quadrantendiode mit Vorverstärkern und weiteren Komponenten in einem Gehäuse. Die Quadrantenkameras dienen als Sensoren zur Erzeugung der Fehlersignale für den Autoalignment-Regelkreis, sowie für den Strahlzentrierer-Regelkreis.

Jede der vier Dioden, die zusammen die Quadrantendiode bilden, ist mit zwei Operationsverstärkern beschaltet, die einen DC- und einen AC-Signalpfad bilden. Abbildung 3.7 zeigt die prinzipielle Beschaltung.

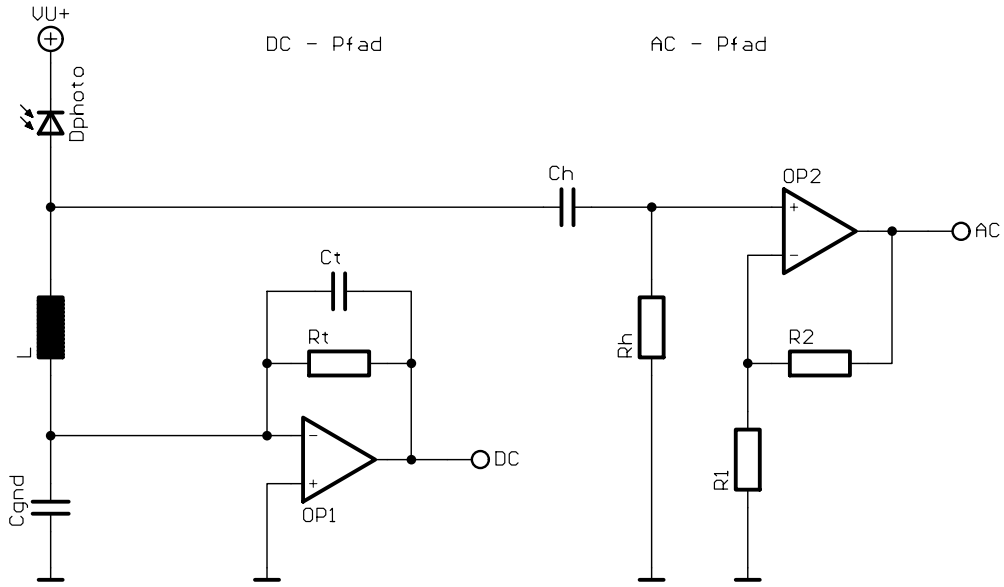


Abbildung 3.7: Beschaltung der Photodioden für einen Quadranten

Um das Abfließen der von den einfallenden Photonen erzeugten Ladungsträgerpaare zu beschleunigen und somit bei Radiofrequenzen empfindlich zu werden, wird die Diode in Sperrichtung vorgespannt. (Dadurch verringert sich auch die Sperrschichtkapazität der Diode, und man erhält eine größere Schwingkreisgüte, wenn die Diode resonant betrieben wird; siehe Gl.(3.2).)

Der DC-Pfad besteht aus dem Operationsverstärker OP1, beschaltet als Transimpedanzverstärker. Da der Operationsverstärker seine Ausgangsspannung so einstellt, daß die Differenz seiner Eingangsspannungen sehr klein wird, stellt sich am invertierenden Eingang eine Potential nahe 0 V (eine sog. *virtuelle Masse*) ein. Der Photostrom fließt bei kleinen Frequenzen ungehindert über L zur virtuellen Masse. Da der Eingang des Operationsverstärkers aber hochohmig ist, muß der Strom weiter über `Rt` fließen, so daß eine negative Ausgangsspannung proportional zum Photostrom erzeugt wird. Der Kondensator `Ct` dient zur Frequenzkompensation, also zur Erzeugung

eines flachen Frequenzgangs und zur Unterdrückung von Schwingungen. Die verwendeten Kameras haben eine Bandbreite des DC-Pfades von 400 kHz.

Die Spule L und der Kondensator Cgnd sind nur für den AC-Pfad wichtig. Die Spule bildet mit der Kapazität der Photodiode einen Parallelschwingkreis. Cgnd ist viel größer als die Kapazität der Photodiode und stellt lediglich eine gute Erdverbindung des Schwingkreises sicher. Die Induktivität der Spule ist abstimmbar, so daß die Resonanzfrequenz auf die zu detektierende Signalfrequenz abgestimmt werden kann. Auf der Resonanzfrequenz hat der Parallelschwingkreis seine maximale Impedanz, an der das Signal für den AC-Pfad abgenommen wird ([14], Appendix B1).

Ch und Rh bilden einen Hochpaß und es folgt OP2 als Verstärker und Impedanzwandler (also zum Treiben von Lasten wie z.B. einer 50 Ω- Leitung). (Genauer Schaltplan in Anhang B.2, S. 103, Abbildung B.4.)

Weiterverarbeitung der DC- und AC-Signale

Von einer Quadrantenkamera werden sechs Signale für das Autoalignment benötigt :

- DC-Position des Strahls auf der Diode in x-Richtung.
- DC-Position in y-Richtung.
- DC-Lichtleistung (DC-Summe aller vier Quadranten).
- AC-Differenzsignal in x-Richtung (bei der Resonanzfrequenz).
- AC-Differenzsignal in y-Richtung.
- AC-Summensignal.

Abbildung 3.8 zeigt die Gewinnung der DC-Signale.

Die Verstärkersymbole DC-A bis DC-D stellen die DC-Signalpfade für jeden Quadranten dar. Für die X- und Y Differenzausgänge wird jeweils über zwei gleiche Widerstände R der Mittelwert zweier Quadranten gebildet und davon mit den Differenzverstärkern der Mittelwert der jeweils anderen Quadranten subtrahiert. Die Differenzverstärker sind als Instrumentenverstärker implementiert, um eine hohe Gleichtaktunterdrückung zu erhalten.

Die Verarbeitung der Signale der AC-Pfade ist in Abbildung 3.9 dargestellt.

Jeder AC-Pfad wird mit einem eigenen Mischer bei der Modulationsfrequenz des Lichtes demoduliert. Hinter den Mischern befinden sich aktive zweipolige Tiefpässe mit der Eckfrequenz 1 MHz. Die AC-Differenzsignale und das Summensignal werden erst nach der Demodulation mit der gleichen Schaltung wie in Abbildung 3.8 erzeugt. Da jeder AC-Kanal für sich demoduliert wird, werden die hochfrequenten Schaltungsteile so klein wie möglich gehalten. Man beachte, daß die

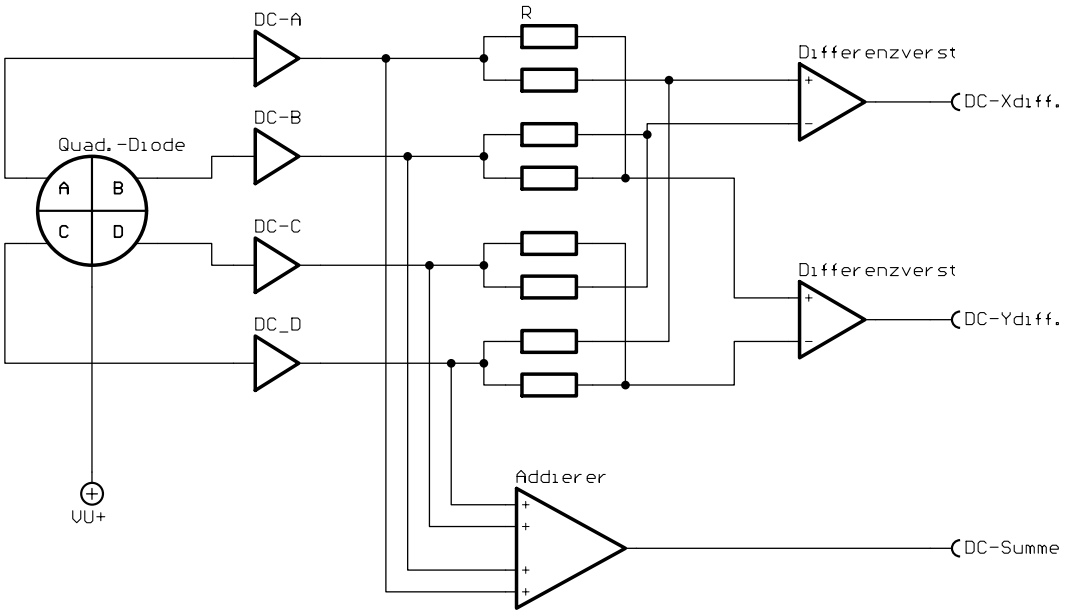


Abbildung 3.8: Gewinnung der DC - Signale in der Kamera

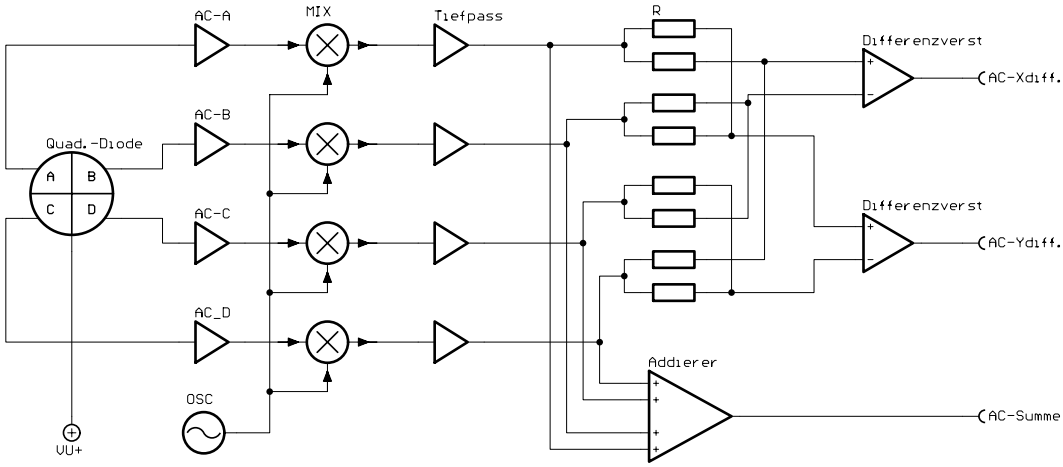


Abbildung 3.9: Gewinnung der AC - Signale in der Kamera

„AC“-Differenzausgänge und der Summenausgang also demodulierte Signale bei *DC* (bis 1 MHz) sind, die die Information über die Lichtverteilung auf der Diode *bei der Modulationsfrequenz* enthalten.

3.2.2 Weiterentwicklung der Kamera

Die am Garchinger Prototyp verwendeten Kameras mußten für die Verwendung bei GEO 600 in verschiedenen Aspekten weiterentwickelt werden:

- Auswahl einer anderen Photodiode mit größerer Empfindlichkeit für 1064 nm-Licht.
- Anpassung und Test des Resonanzkreises bis zu 38 MHz (Die größte bei GEO verwendete Modulationsfrequenz).
- Auswahl und Test von dafür geeigneten Operationsverstärkern.
- Anordnung der Demodulation in der Kamera, um lange HF-Signalwege zu vermeiden.

Quadrantendioden

Zur Auswahl der Quadrantendiode wurden zwei Modelle getestet : *Centronics QD 50-4X* und *Advanced Photonix SD 380-23-21-051*. Tabelle 3.1 zeigt einige ihrer Eigenschaften :

Typ	Centronics	Advanced Photonix
aktive Fläche insgesamt	50 mm^2	71.2 mm^2
maximale Gegenspannung	150 V	50 V
maximale Lichtleistung insgesamt (bei dieser Gegensp.)	ca. 3 mW	ca. 10 mW
gemessene DC-Empfindlichkeit pro Quadrant	0,43 A/W	0,38 A/W

Tabelle 3.1: Einige Vergleichsdaten zweier Quadrantendioden.

Zum Vergleich der Empfindlichkeit der Dioden bei Radiofrequenzen wurde das Rauschen eines AC-Pfades bei jeweils dunklen Dioden mit einem Spektrumanalysator gemessen (an Punkt AC in Abbildung 3.7). Anschließend wurden die Dioden mit weißem Licht[4] der Leistung *P* beleuchtet, so daß das durch *P* erzeugte Gesamtrauschen (bestehend aus dem elektronischen und dem Schrotrauschen) bei der Resonanzfrequenz um etwa 3 dB größer ist als das Dunkelrauschen. Ist dies der Fall, so sind elektronisches und Schrotrauschen ungefähr gleich groß. Mißt man dann den DC-Photostrom, so ist dieser etwa so groß wie der sog. *rauschäquivalenten Photostrom* (engl. *Noise Equivalent Photocurrent – NEP*). Die Empfindlichkeit des Detektors ist gerade *dann* durch das Schrotrauschen des Lichts begrenzt, wenn er mindestens die Lichtleistung *P* detektiert, die den NEP erzeugt. Dieser Fall wird häufig angestrebt, um in der Meßgenauigkeit nicht durch das

[4] Im Prinzip wäre die Rauschmessung mit schrotrauschbegrenztem Licht bei 1064 nm besser, da dies auch die Wellenlänge im Betrieb ist.

Rauschen der Elektronik (technisches Rauschen) begrenzt zu sein, sondern durch fundamentale Rauschenquellen.[5]

Abbildung 3.10 zeigt die Rauschmessungen der beiden Quadrantendioden, die jeweils bei ca. 25 MHz resonant sind.

Basierend auf der Anpassung eines Modells (das im wesentlichen aus einem Bandpaß besteht, siehe [14], Appendix B.1) lassen sich die Daten der Dioden mit ihren Schwingkreisen berechnen. Die Ergebnisses sind in Tabelle 3.2 dargestellt. Abbildung 3.11 zeigt die Anpassung für den Fall der Centronics-Diode, wobei die Differenz der Hell- und Dunkelmessung zugrundegelegt wurde.

Typ	Centronics	Advanced Photonix
Güte Q des Schwingkreises (m)	4.50	2.94
Mittenfrequenz f_{Res} der Resonanz (m)	24.3 MHz	23.8 MHz
NEP (m)	30.8 μA	208 μA
Induktivität L des Schwingkreises (d)	3.3 μH	1.78 μH
Kapazität C der Diode pro Quadrant (b)	13.0 pF	25.1 pF
Serien-Verlustwiderstand R pro Quadrant (b)	112 Ω	90.7 Ω
Impedanz Z_{max} des Schwingkreises bei Resonanz (b)	2.27 kΩ	0.783 kΩ

Tabelle 3.2: Daten der Dioden und zugehörigen Schwingkreise bei 25 MHz. Es bedeuten (d): direkt gemessen, (m): durch Anpassung eines Modells aus der Weißlichtmessung gewonnen, (b): aus (d) und (m) berechnet.

Die berechneten Werte ergeben sich aus

$$C = \frac{1}{L(2\pi\, f_{\mathrm{Res}})^2}\,, \tag{3.1}$$

$$R = \frac{\sqrt{L/C}}{Q}\,, \tag{3.2}$$

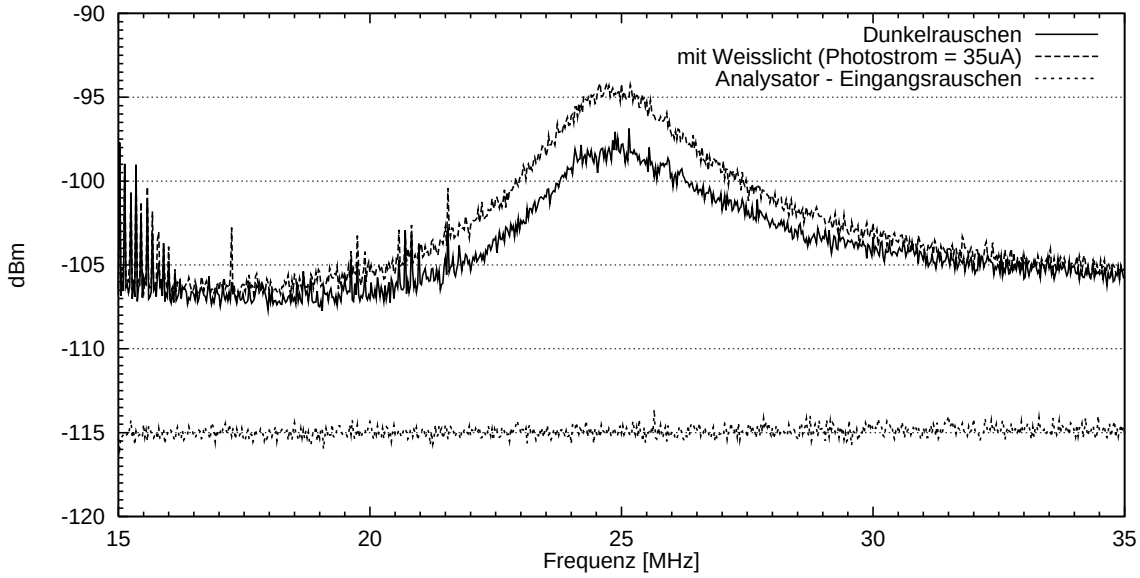
$$Z_{\mathrm{max}} = \frac{L}{RC}\,. \tag{3.3}$$

C ist die Kapazität der Photodiode, R der Serienverlustwiderstand der Diode und L die trimmbare Induktivität des Schwingkreises, mit der die Resonanzfrequenz eingestellt wird. Abbildung 3.12 zeigt das Ersatzschaltbild.

Besonders wichtig in Tabelle 3.2 ist der NEP, der sich bei dieser Messung zwischen den beiden Diodentypen um etwa einen Faktor 7 unterscheidet. Das bedeutet, daß für ein gleiches Signal-zu-Rausch-Verhältnis, auf der Advanced Photonics-Diode die 7-fache Lichtleistung wie auf der

[5] Die Meßgenauigkeit läßt sich dann durch Erhöhung der detektierten Lichtleistung steigern, da das Signal-zu-Rausch-Verhältnis in Bezug auf das Schrotrauschen mit der Wurzel aus der Lichtleistung ansteigt. Als weitere (allerdings aufwendige) Möglichkeit der Empfindlichkeitssteigerung seien exotische Lichtzustände mit sog. Sub-Poissonstatistik genannt, die ein geringeres Schrotrauschen besitzen.

Centronics QD 50-4X



Advanced Photonics SD 380-23-21-051

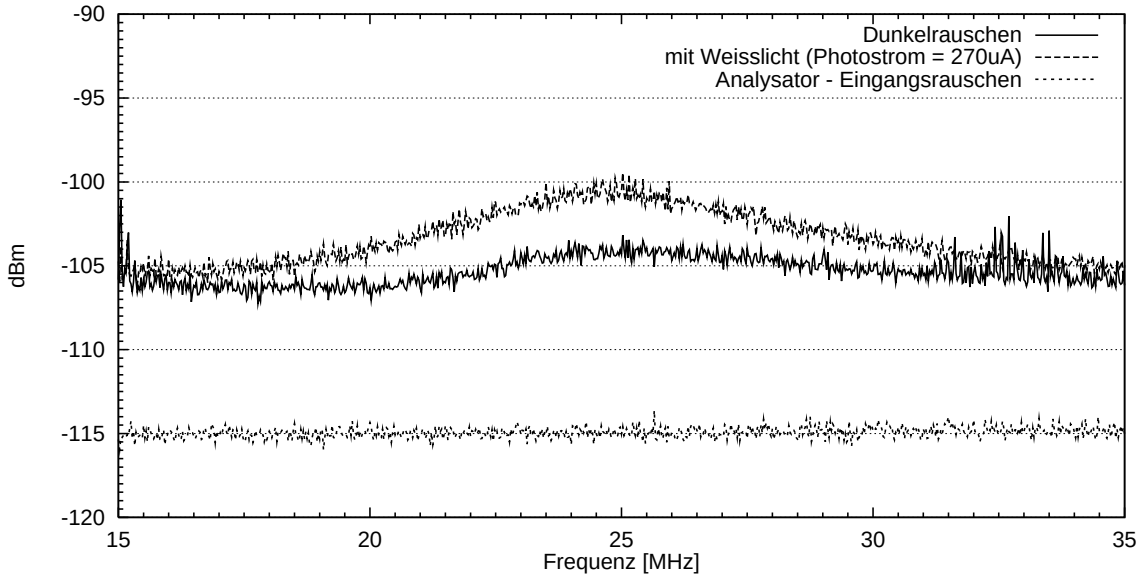


Abbildung 3.10: Rauschmessung zweier Quadrantendioden in resonanter Beschaltung im Vergleich. Es sind jeweils Analysator-Eingangsrauschen, Signal eines AC-Pfades bei dunkler Photodiode und Signal des AC-Pfades bei Beleuchtung mit weißem Licht dargestellt.

Centronics-Diode detektiert werden muß. Aufgrund der Begrenzung der Lichtleistung ist bei jeweils maximalen Lichtpegeln aber nur etwa die 3-fache Lichtleistung möglich (siehe Tabelle 3.1), so daß man mit der Advanced Photonics-Diode nur das 0.6-fache des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses der Centronics-Diode erhalten kann.

Sind sie lieferbar, so sollten also die Centronics-Dioden benutzt werden. Bis zum Zeitpunkt der

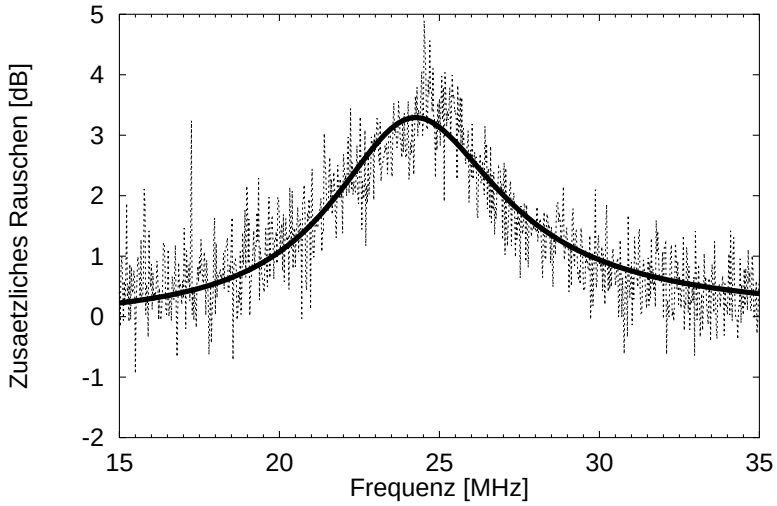


Abbildung 3.11: Anpassung eines Modells an die Rauschmessungen der Centronics-Diode

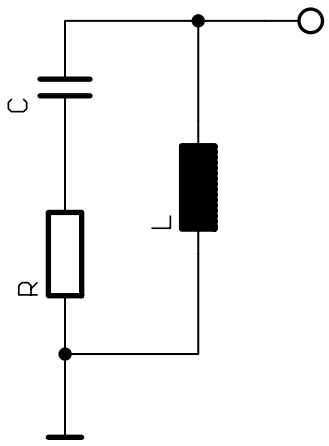


Abbildung 3.12: Ersatzschaltbild des Photodioden- Resonazkreises. *C* ist die Kapazität der Photodiode, *R* der Serienverlustwiderstand der Diode und *L* die trimmbare Induktivität des Schwingkreises, mit der die Resonanzfrequenz eingestellt wird.

Fertigstellung dieser Arbeit war aber nur ein Exemplar verfügbar, da eine gesamte Jahresproduktion des Herstellers die Spezifikationen nicht erfüllte. Die beiden Kameras des ersten Modecleaners sind zu diesem Zeitpunkt mit einer Centronics- und einer Advanced Photonics-Diode bestückt.

Strombegrenzung

Die maximal mögliche DC-Lichtleistung auf einer Diode ist gegeben durch die elektrische Verlustleistung $P = U_{bias} * I_{photo}$, die für einen Quadranten ca. 150 mW beträgt. Die in der Diode umgesetzte Verlustleistung bewirkt über die Temperatur eine kleine Verschiebung der Resonanz bei verschiedenen Lichtleistungen. Eine Messung ergab eine Phasenänderung des Signals von

$\Delta\varphi = 4^\circ$ bei Erhöhung des Lichtpegels von 1 auf 2 mW. Nach der Demodulation ändert sich das weiterverarbeitete Signal dadurch aber nur um 0.2 % ($\cos(\Delta\varphi)$). Um die Dioden bei zu großer Lichtleistung vor thermischer Zerstörung durch die elektrische Verlustleistung zu schützen, wurde eine Transistor- Strombegrenzung eingebaut. (Schaltplan in Anhang B.2, S. 103, Abbildung B.4; Grundschaltung aus [17].)

Aufbau eines Meßplatzes

Um Dioden und Kameras auch mit amplitudenmoduliertem infrarotem Licht testen zu können, wurde ein Meßplatz aufgebaut, der 1064 nm-Laserlicht (mittels einer Pockelszelle und entsprechend justierten Polarisatoren) amplitudenmoduliert. Der Frequenzgang des Meßplatzes ist flach bis ca. 100 MHz, wenn man die Pockelszelle direkt mit dem Signalgenerator eines Netzwerkanalysators ansteuert (z.B. mit 10 dBm an einem 50 Ω-Abschlußwiderstand an der Pockelszelle)[6]. Auf diese Weise erhält man bei kleinen Lichtleistungen bis zu 10% Amplitudenmodulation des vom Licht auf der Diode erzeugten Photostromes.

Für stärkere Modulationen kann der Pockelszelle z.B. ein 20 W- Breitbandverstärker vorgeschaltet werden, wodurch der Frequenzgang allerdings etwas wellig wird (± einige dB) und man mit stärkeren Einstreuungen am Meßplatz rechnen muß.[7]

Abbildung 3.13 zeigt die an diesem Meßplatz aufgenommene Transferfunktion des AC-Pfades einer bei 25 MHz resonanten Kamera (mit einer Centronix-Quadrantendiode). Man erkennt die Phasenverschiebung von ca. 180 Grad beim Durchgang durch die Resonanz. Sie ist einer konstanten Phasenzunahme bei steigenden Frequenzen überlagert, die aus der Zeitverzögerung durch die Laufzeitdifferenz zwischen Signal- und Referenzpfad im Meßaufbau entsteht. Paßt man an die Amplitude dieser Messung das Modell der in Abbildung 3.12 gezeigten Schaltung an, so erhält man $C = 12.2$ pF, $R = 54.8\,\Omega$, und mit $L = 3.3\,\mu$F ergibt sich $Q = 9.5$. Hier sieht man, daß der Resonanzkreis mit 1064 nm-Licht ein höheres Q hat als bei der Weißlichtmessung (mit $Q = 4.5$).

3.2.3 Demodulation

Um die Größe des Signals auf einer Photodiode bei der Modulationsfrequenz des Lichts zu ermitteln, muß man den Photostrom demodulieren, also das Signal mit der Modulationsfrequenz, die auch lokaler Oszillator genannt wird, multiplizieren. Die Multiplikation (hier auch als „Mischen“ bezeichnet) zweier Signale der Amplituden A, B und Frequenzen ω_1, ω_2 liefert Summen- und Differenzfrequenz im Ausgangssignal (das ist einfach ein Additionstheorem [3]):

$$A\sin(\omega_1 t)\, B\sin(\omega_2 t) = \frac{AB}{2}[\cos((\omega_1 - \omega_2)t) - \cos((\omega_1 + \omega_2)t)] \tag{3.4}$$

[6] Der Frequenzgang wurde mit einer BPX 65-Photodiode gemessen, die mit einer Gegenspannung von +15 V direkt (mit nur 1 cm langen Leitungen) an den 50 Ω-Eingang eines Netzwerkanalysators angeschlossen wurde. Mit dem kompakten Anschluß können Einstreuungen fast völlig eleminiert werden. Der Frequenzgang der Diode kann als flach bis ca. 1 GHz angenommen werden.

[7] Für zukünftige Anwendungen könnte man eine Amplitudenmodulation des Lichts auch über den Pumpstrom der Laserdioden erreichen. Einstreuungen in Testschaltungen ließen sich so minimieren.

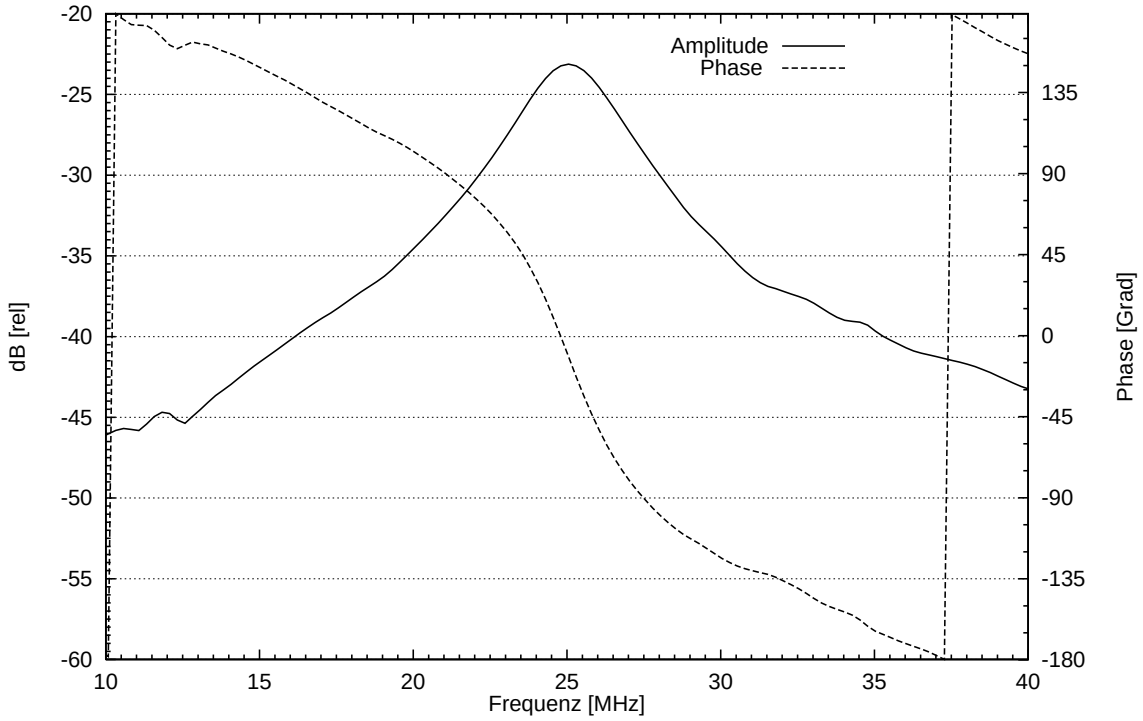


Abbildung 3.13: Transferfunktion eines Resonzkreises der Quadrantenkamera. (Photodiode : Centronics QD50-4X, Lichtleistung auf der Diode : 1,1 mW)

Mischt man also das Signal eines AC-Pfades der Kamera mit *derselben* Frequenz, mit der auch das Licht moduliert wird (also $\omega_1 = \omega_2$), so erhält man einen Anteil bei der *doppelten* Frequenz und einen bei *DC* :

$$A\sin(\omega_1 t)\,B\sin(\omega_1 t) = \frac{AB}{2}[1-\cos(2\omega_1 t)] \tag{3.5}$$

Als Fehlersignal für das Autoalignment benötigt man nur das Signal bei DC, so daß man den hochfrequenten Anteil mit einem Tiefpaß herausfiltern kann. Natürlich ist „DC“ hier eine relativer Begriff; auch dieses Signal hat eine Bandbreite von z.B. 1 MHz, wenn der Tiefpaß bei 1 MHz einsetzt. (Schaltplan der Demodulationseinheit in Anhang B.2, S. 103, Abbildung B.5.)

Abbildung 3.14 zeigt schematisch eine solche Demodulation. Im linken Bild sind zwei gegenphasige Photoströme einer Quadrantendiode (D1,D2) dargestellt (die z.B. einen Winkel zwischen Wellenfronten repräsentieren). Zusätzlich ist der lokale Oszillator eingezeichnet, der die gleiche Phasenlage wie das Signal D1 hat. Das rechte Bild zeigt die Ergebnisse der Multiplikation von D1 und D2 mit dem lokalen Oszillator im Mischer. Ebenso eingezeichnet sind die Mittelwerte dieser Signale, die man nach Tiefpaßfilterung der Ausgangssignale der Mischer erhält.

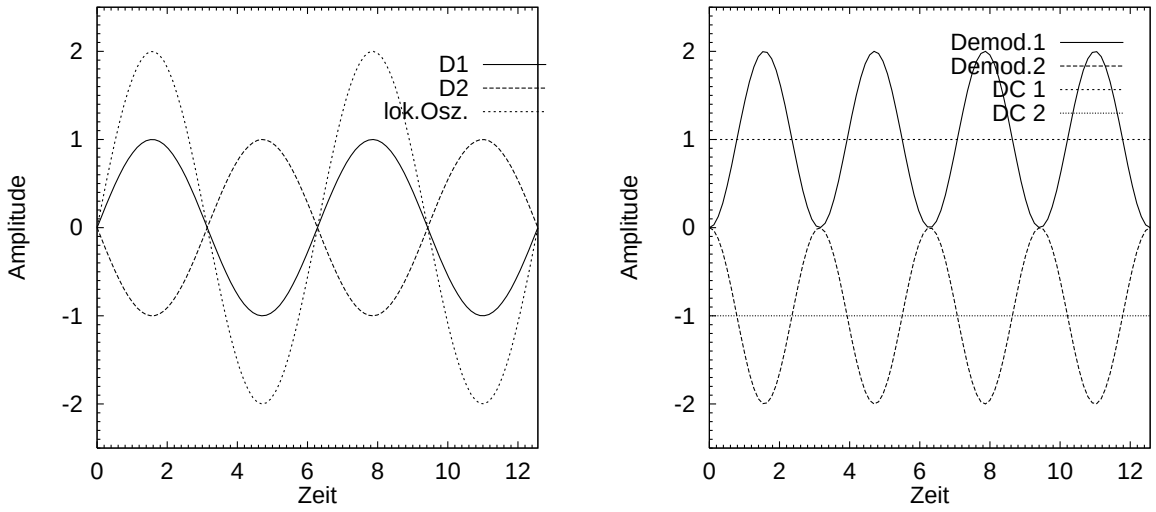


Abbildung 3.14: Demodulation des Photostromes. Die linke Abbildung zeigt zwei gegenphasige Photoströme und den lokalen Oszillator. Die rechte Abbildung stellt die mit dem lokalen Oszillator multiplizierten Photoströme dar, sowie ihren Mittelwert.

Um ein möglichst großes Signal zu erhalten, muß man die zu mischenden Frequenzen mit der richtigen Phasenbeziehung (nämlich 0 oder 180 Grad) multiplizieren. Da die Phasenbeziehung vom geometrischen Aufbau und den damit verbundenen Licht- und Signallaufzeiten abhängt, ist sie ohne Hilfsmittel nicht leicht exakt anzupassen (man könnte z.B. Leitungen verschiedener Längen zwischenschalten, was bei Veränderungen des Aufbaus aber recht unpraktisch ist).

Sehr nützlich sind separate elektronische Phasenschieber, mit denen bei unserem Aufbau die Phase des zum Mischer geführten lokalen Oszillators eingestellt werden kann. Die Phasenschieber verfügen über Schalter, die die Phase in Schritten von 90° schalten können und einer kontinuierlichen Stellmöglichkeit zwischen diesen Schritten.

Da das demodulierte Signal an seinem Maximum in erster Näherung gerade unempfindlich auf Phasenänderungen ist, findet man dieses Maximum am einfachsten, indem man den Phasenschieber so justiert, daß man *minimale* Empfindlichkeit im demodulierten Signal hat, und dann die Phase um genau 90° verschiebt. Weiterhin besitzen die Phasenschieber eine Amplitudenregelung des Ausgangssignals, so daß an den Mischern immer ein möglichst gleicher Pegel für die Demodulation zur Verfügung steht.

Mit dem Layout-Editor EAGLE wurden Schaltungslayouts für die Quadrantenkamera entworfen und erprobt. Bei einem ersten Entwurf des Kameralayouts (mit Mischern in der Nähe der Resonanzkreise) zeigte es sich, daß die mit einem hohen Ansteuerpegel von 17 dBm arbeitenden Dioden-Ringmischer in die Resonanzkreise einstreuen, d.h. man bekommt ein Signal im AC-Pfad, auch wenn kein moduliertes Licht auf die Photodiode fällt. Wenn die Einstreuung konstant ist, stört das im Prinzip nicht, solange man im dynamischen Bereich der nachfolgenden Schaltungen bleibt, denn man erhält einen DC-Offset im Ausgangssignal, den man zu Null subtrahieren kann. Trotzdem ist es natürlich erstrebenswert, die Einstreuung so gering wie möglich zu halten.

Verschiedene Versuche dazu zeigten, daß der größte Teil des Störsignals von den Dioden-Ringmischern abgestrahlt wird und in die Spulen der Resonanzkreise wie auch in die Quadrantendiode einstreut. Interessanterweise strahlen die Mischer am meisten Leistung in Richtung ihrer Längsachse ab, und dabei bevorzugt in eine Richtung (in Richtung von Pin 1 nach Pin 4). Um viele Möglichkeiten zur Abschirmung zwischen Mischer und Resonanzkreis zu haben, wurde das Layout auf zwei Platinen verteilt. Beim Zusammenbau der Kamera sind die Mischer so anzuordnen, daß die Richtung ihrer größten Abstrahlung nicht auf die Resonanzkreise zeigt.

Die eine Platine enthält die Quadrantendiode mit Resonanzkreisen, den ersten Verstärkerstufen sowie die Strombegrenzung und die DC-Signalerzeugung. Diese Platine ist auch separat einsetzbar für Anwendungen, in denen nur die DC-Position eines Lichtstrahls detektiert werden soll. Auf der zweiten Platine befinden sich die Mischer mit ihren Leistungstreibern, die Tiefpässe und die AC-Signalerzeugung.

3.3 Pockelszellenansteuerung

3.3.1 Übersicht

Die Pockelszellen bei GEO 600, die dem Licht die für die verschiedenen Techniken notwendige Phasenmodulation aufprägen, befinden sich (wie alle optischen Komponenten im Strahlengang ab dem Modecleaner) im Vakuum. Die Pockelszelle für den ersten Modecleaner steht auf der Grundplatte eines eigenen Vakuumtanks, während die Modulation für den zweiten Modecleaner von einer als Pendel zwischen erstem und zweitem Modecleaner aufgehängten Pockelszelle bewirkt wird.

Die Pockelszellen für GEO bestehen (im gegenwärtigen Design) aus hygroskopischen, in Wasser gezogenen Kristallen, die außerhalb des Vakuums nur in trockener Luft gelagert werden dürfen. Die Kristalle (Firma Gsänger) haben eine Apertur von $d = 8\,\mathrm{mm}$ zwischen den aufgebrachten Metallschichten, zwischen denen sich, ähnlich wie bei einem Plattenkondensator, das elektrische Feld zur Veränderung des Brechungsindexes ausbildet. Die elektrische Feldstärke E in einem Kristall mit Dicke d und Dielektrizitätskonstante ε ist

$$E = \varepsilon \frac{U}{d}\,, \tag{3.6}$$

wenn zwischen den Elektroden die Spannung U anliegt. Relativ große Kristalle (großes d) brauchen also eine größere Spannung als kleinere Kristalle, um eine gegebene Modulation des Lichts zu erreichen.

Um an den Modecleanern nicht zuviel Lichtleistung in den Seitenbändern zu verlieren (die ja vom Modecleaner reflektiert werden und somit der Nutzleistung verlorengehen), werden hier relativ kleine Modulationsspannungen von ca. $80\,\mathrm{V_{eff}}$ verwendet, was einem Modulationsindex von

$m \approx 0.08$ entspricht.[8] Dadurch erhält man zwar weniger Signal auf den Kameras, jedoch ist die Genauigkeit des Fehlersignals für das Autoalignment der Modecleaner immer noch völlig ausreichend (siehe Kapitel 1).

Das Problem, bei einer Radiofrequenz z.B. 100 Volt Spannung zu erzeugen, ist nicht ganz trivial. Hochspannungsoperationsverstärker wie der PA 85 können zwar bis 400 V arbeiten, aber nur bis zu Frequenzen von einigen MHz. Standardmäßig wird die erforderliche Spannung mit einem Resonanzkreis an der Pockelszelle erzeugt. Dies ist möglich, wenn bei einer festen Frequenz (oder in einem schmalen Bereich um die Resonanz) moduliert wird, und auch vorteilhaft, da ein Resonanzkreis zusätzlich die Ansteuerspannung filtert, so daß höhere Harmonische der Ansteuerspannung nicht in die Lichtmodulation gelangen.

Da sich die GEO-Pockelszellen im Vakuum befinden, sind einige Besonderheiten bei der resonanten Ansteuerung zu beachten :

- Alle Bauteile im Vakuum (Leitungen, Induktivitäten, Kapazitäten) müssen vakuumtauglich sein. (D.h. insbesondere Isolier- und Kernmaterialien dürfen nicht ausgasen und müssen gegebenenfalls eingekapselt werden.)
- Falls die Pockelszelle als Pendel aufgehängt ist, darf die Zuleitung zu diesem Resonanzkreis die seismische Isolierung des Pendels nicht überbrücken, sie muß also mechanisch möglichst flexibel sein.
- Die Anbringung im Vakuum macht eine Leitung von der Pockelszelle zur Vakuumdurchführung notwendig. Ist diese nicht impedanzangepaßt, so wirkt sie bei den verwendeten Frequenzen (z.B. 25 MHz) selbst wie ein diskretes Bauteil (z.B. als Kapazität oder / und als Transformator). Die Länge der Leitung wirkt sich in diesem Fall direkt auf die elektrischen Eigenschaften des Schwingkreises aus, was beim Entwurf zu berücksichtigen ist.

Hinzu kommt die Forderung, daß die Pockelszelle samt Ansteuerung möglichst wenig elektromagnetisch abstrahlen soll, da mit den Resonanzkreisen der Kameras, die auf die gleiche Frequenz abgestimmt sind, kleine Signale derselben Frequenz detektiert werden sollen.

Realisierungsmöglichkeiten der Ansteuerung

Die Pockelszelle stellt elektrisch gesehen eine Kapazität C_{PC} in Parallelschaltung[9] mit einem Verlustwiderstand R_{PC} dar. Allgemein erhält man einen Schwingkreis mit der Pockelszelle, indem

[8] Betrachtet man die Phasenmodulation im Frequenzraum, so besteht das modulierte Licht aus dem *Träger*, das ist das Lichtfeld mit der Frequenz *vor* der Modulation, und den *Seitenbändern*, das sind Lichtfelder der Trägerfrequenz $\pm$ der Modulationsfrequenz.

[9] Für einen Resonanzkreis hoher Güte läßt sich der parallele Verlustwiderstand näherungsweise in einen Serienverlustwiderstand umrechnen.

man ihr eine Induktivität parallelschaltet. Die Impedanz dieses Parallelschwingkreises ist frequenzabhängig und gegeben durch

$$|Z(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_{\mathrm{PC}}^2} + \left(\omega C_{\mathrm{PC}} - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}. \tag{3.7}$$

Die Impedanz Z ist im Allgemeinen komplex; wird sie reell, so spricht man auch vom Widerstand R. Sind die Verluste klein (also R_{PC} groß), so läßt sich die Resonanzfrequenz durch

$$\omega_{\mathrm{Res}} = \frac{1}{\sqrt{L C_{\mathrm{PC}}}} \tag{3.8}$$

approximieren. Der Widerstand des Parallelschwingkreises wird damit bei der Resonanzfrequenz maximal und reell und hat dann gerade die Größe des parallelen Verlustwiderstandes R_{PC} (z.B. 30 kΩ).

Dies ist ein Problem bei der Ansteuerung der Pockelszelle bei großen Frequenzen, da ein großer Widerstand (im kΩ-Bereich) nicht als verlustfreier Abschlußwiderstand für eine Wellenleitung geeignet ist. (Wellenleiter wie z.B. Koaxialleitungen haben typischerweise z.B. 50 Ω Wellenwiderstand.) Schließt man also z.B. einen 50 Ω-Leistungsverstärker an diesen Resonanzkreis an, so wird der größte Teil der Leistung in den Verstärker zurückreflektiert.

Generell muß man also die Impedanz vom Resonanzkreis auf die Impedanz des Ansteuerverstärkers heruntertransformieren, was mit einem *Impedanztransformator* geschehen kann, der im einfachen Fall nichts anderes als ein klassischer Transformator ist.

Aus der Spannungsübersetzung $U_1/U_2 = N_1/N_2$ und Stromübersetzung $I_1/I_2 = N_2/N_1$ eines Transformators (mit N als Anzahl der Windungen) erhält man mit $R = U/I$ für die Impedanztransformation:

$$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \tag{3.9}$$

Für die Realisierung eines Schwingkreises mit Impedanztransformation im Vakuum wurden verschiedene Möglichkeiten in Betracht gezogen:

- Ein Transformator direkt an der Pockelszelle, bei dem die Sekundärwicklung die erforderliche Induktivität für den Schwingkreis bildet und die Primärwicklung weniger Windungen hat, wodurch die Impedanz heruntertransformiert wird. Da bei hohen Frequenzen die Sekundärwicklung wegen der festgelegten Induktivität i.a. nur wenige Windungen besitzen kann, kann man die Impedanz mit einem einzelnen Transformator nicht weit genug heruntertransformieren. Man verwendet also noch einen zweiten Transformator, um die Impedanz auf den gewünschten Wert (z.B. 50 Ω) herunterzutransformieren. Zur Ansteuerung

des Transformators kann man dann einen Breitbandverstärker mit 50 Ω-Ausgang verwenden. (Diese Variante wurde z.B. erfolgreich am Garchinger Prototyp angewendet und ist beschrieben in [14], APPENDIX B.2.) Um das Problem der Vakuumisolation der erforderlichen Komponenten zu vermeiden, wurde diese Lösung bisher nicht auf GEO angewendet.

- Ein sog. Autotransformator, realisiert als Luftspule oder Spule mit Kern an der Pockelszelle. Ein Prototyp wurde gebaut (beschrieben in Abschnitt 3.3.2), aber bisher nicht bei GEO eingesetzt. Die Justierung ist etwas empfindlich und driftet somit leicht; außerdem strahlt eine Luftspule stärker als ein Kerntransformator oder eine Resonanzleitung – mit einer Kernspule hätte man dagegen wieder die Probleme sehr weniger Windungen und der Vakuumisolation.

- Eine Spule zur Erzeugung der Resonanz direkt an der Pockelszelle mit einer sog. $\lambda/4$-Leitung als Impedanztransformator. (Das ist eine Leitung, die so lang ist wie ein Viertel der Wellenlänge der Ansteuerfrequenz in der Leitung.) Diese Ansteuerung transformiert die Impedanz des Schwingkreises in eine Impedanz von nur wenigen Ω, benötigt aber immernoch ein Bauteil an der Pockelszelle.

- Man kann auf die Luftspule an der Pockelszelle verzichten und die Ansteuerleitung in der Länge so wählen, daß sie selbst zusammen mit der Kapazität der Pockelszelle einen Resonanzkreis bildet. Diese Lösung wurde für die Pockelszelle des ersten Modecleaners gebaut und eingesetzt. Sie wird in Abschnitt 3.3.3 beschrieben.

3.3.2 Autotransformator

Ein Autotransformator besteht aus nur einer Spule mit einer Anzapfung; die Sekundärwicklung ist hierbei die ganze Spule, während die Primärwicklung nur einen Teil dieser Spule darstellt.

Abbildung 3.15 zeigt das Schaltbild eines zu Testzwecken aufgebauten Autotransformators mit der Kapazität C_{PC} und dem Verlustwiderstand R_{PC} einer Pockelszelle als Last. Die Spule besteht aus den Induktivitäten L1 und L2; zum Trimmen der Resonanzfrequenz wurde noch der Trimmer C_{tr} hinzugefügt.

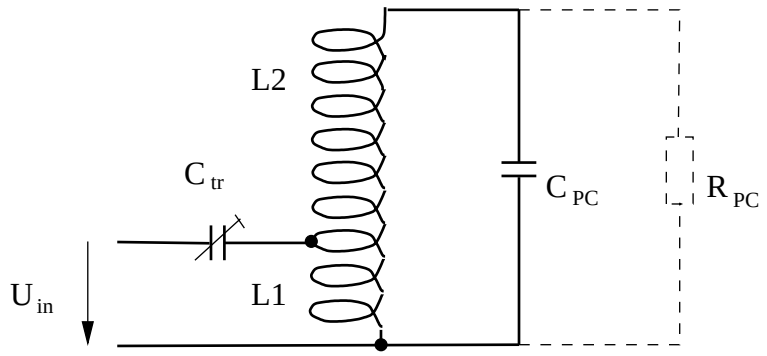


Abbildung 3.15: Autotransformator mit Pockelszelle als Last

Abbildung 3.16 zeigt die Eingangsimpedanz der in Abbildung 3.15 dargestellten Schaltung als Absolutwert und Phase. Die Messung wurde mit dem Impedanztestset des Netzwerkanalysators HP 4395 A aufgenommen.

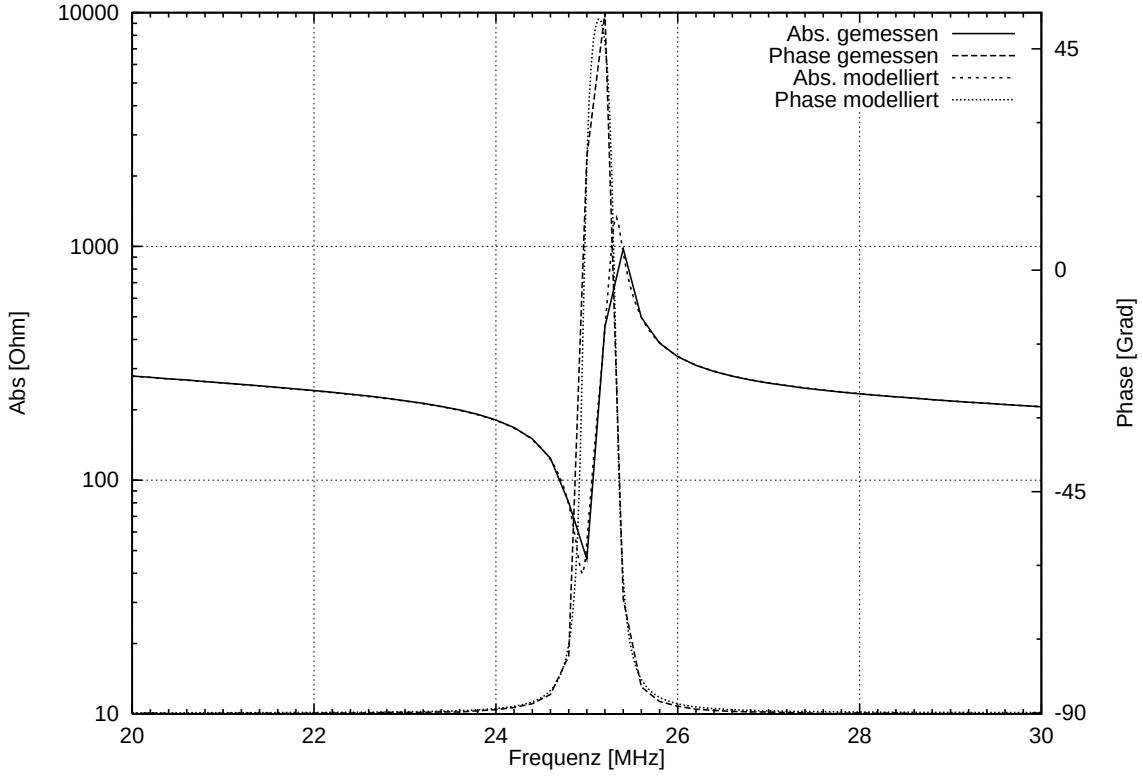


Abbildung 3.16: Eingangsimpedanz der resonanten Pockelszellenansteuerung mit Autotransformator

Ebenfalls dargestellt ist die Anpassung der Modellparameter an die Meßdaten, die die Werte L1 = 726 nH, L2 = 111 nH, C_{tr} = 26.4 pF und m = 0.326 liefert. Der Faktor m der magnetischen Kopplung zwischen den Spulen L1 und L2 kann maximal 1 werden und ist hier relativ klein, da es sich um eine Luftspule handelt. Als Kapazität der Pockelszelle wurde C_{PC} = 38 pF und ein Verlustwiderstand von R_{PC} = 32 kΩ benutzt. Diese Werte wurden aus einer unabhängigen Messung mit dem Impedanztestset gewonnen.

Die Messung der Transferfunktion des dargestellten Impedanztransformators ergab eine Spannungsverstärkung von 30 dB, was auch einem Faktor von etwa 30 entspricht. Von einer Anwendung bei GEO wurde für die Pockelszelle des ersten Modecleaners aufgrund der erwähnten Nachteile (Streustrahlung, eventuelle Vakuumisolation) abgesehen. Hier erwies sich die im folgenden Abschnitt geschilderte Lösung als erfolgreich.

3.3.3 Wellenleiter als Impedanztransformator

Für die Impedanz einer Wellenleitung gilt [34]:

$$Z_1 = Z_L \frac{\frac{Z_2}{Z_L} + i \tan\frac{2\pi l}{\lambda}}{1 + i\frac{Z_2}{Z_L}\tan\frac{2\pi l}{\lambda}} \tag{3.10}$$

Z_1 ist die Impedanz am Eingang der Leitung, die also z.B. von der Ausgangsstufe eines Verstärkers als Last „gesehen“ wird. Z_L ist der Wellenwiderstand der verwendeten Leitung (z.B. 50 Ω), Z_2 der komplexe Widerstand, mit dem die Leitung abgeschlossen ist, l die geometrische Länge der Leitung, und λ ist die Wellenlänge der jeweiligen Frequenz in der Leitung (typischerweise das 1.5-fache der Vakuumwellenlänge).

Betrachtet man den Spezialfall einer Leitung mit $l = \lambda/4$, so wird $\tan\frac{2\pi l}{\lambda} = \tan\frac{\pi}{2} = \infty$, und damit

$$Z_1 = \frac{Z_L^2}{Z_2}\,. \tag{3.11}$$

Eine Abschlußimpedanz von 30 kΩ wird nach dieser Gleichung von einer $\lambda/4$-langen 50 Ω-Leitung in eine Eingangsimpedanz von 0,083 Ω transformiert. Dies gilt aber nur für ideale verlustlose Leitungen. Um die realistische Impedanz zu messen, wurden mit dem Impedanz-Testset des HP 4395 A-Analysators Eingangsimpedanzen verschiedener Koaxialleitungen gemessen. Mit dem Schaltungssimulationsprogramm LISO[10] ließ sich dann ein Modell für den jeweils verwendeten Leitungstyp finden, und die so erhaltenen Parameter wurden anschließend für die Schaltungssimulation verwendet.

Da die Ansteuerung wenig Leistung abstrahlen soll, ist es vorteilhaft, sie innerhalb des Vakuumtanks erdsymmetrisch (engl. *balanced*) aufzubauen. Das bedeutet, daß man *zwei* Leitungen verwendet, die dasselbe Signal mit entgegengesetzter Phase führen. Um das zu realisieren, verwendet man einen *Balun*-Transformator (engl. *bal*anced zu *un*balanced) . Abbildung 3.17 zeigt einen solchen Transformator, aufgebracht auf einen Ringkern.

Der Balun besteht aus einer Primärwicklung, deren einer Pol mit Erde verbunden ist, so daß der andere Pol einen erdunsymmetrischen Eingang darstellt. Die Sekundärwicklung hat einen Mittelabgriff, der das Bezugspotential für die beiden gegenphasigen Enden der Wicklung ist.

Zum Anschluß der resonanten Leitung wird der Mittenabgriff auf die Abschirmung zweier Koaxialleitungen gelegt, die beiden Pole der Sekundärwicklung werden mit den Innenleitern der Koaxialleitungen verbunden. Beide Koaxialleitungen werden parallel geführt, und da Strom und Spannung in den Leitungen gegenphasig sind, interferiert die trotz der Abschirmung verbleibende Abstrahlung im Fernfeld zu Null.

Abbildung 3.18 zeigt die gemessene und modellierte Eingangsimpedanz einer solchen Schaltung mit Pockelszelle als Abschluss der Leitung.

[10] Geschrieben von G. Heinzel [13].

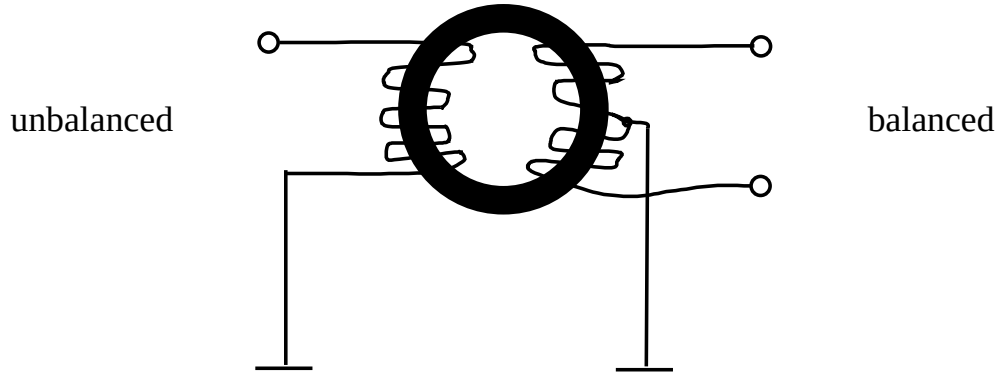


Abbildung 3.17: Prinzip eines Balun-Transformators

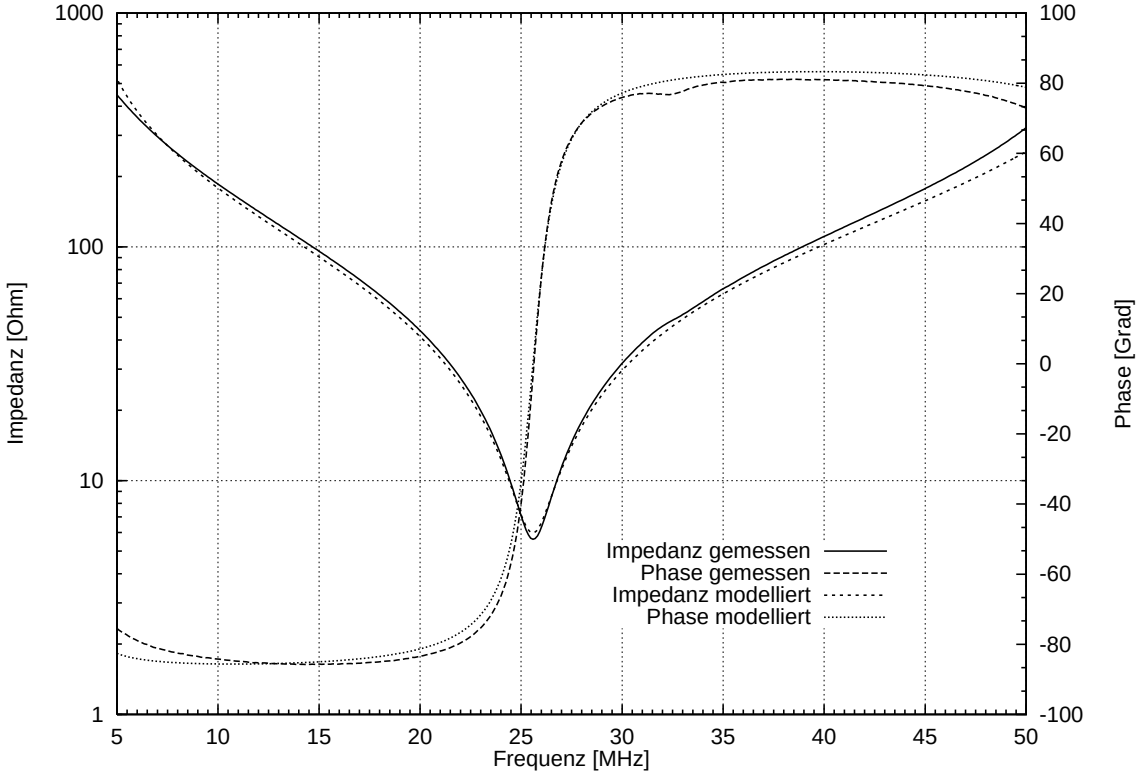


Abbildung 3.18: Eingangsimpedanz der resonanten Pockelszellenansteuerung mittels Resonanzleitung

Als Balun-Transformator wurde ein Ringkern mit vier Primärwindungen verwendet. Die Sekundärwicklung besteht ebenfalls aus vier (2 + 2 mit Mittenabgriff) Windungen, die symmetrisch und direkt neben der Primärwicklung angebracht sind. (Wird die Sekundärwicklung weiter von der Primärwicklung entfernt, so verschlechtert sich die Übertragung deutlich.) Die verwendete Koaxialleitung ist teflonisoliert und somit vakuumtauglich. Sie hat eine Länge von 1.14 m (das genügt für den Anschluß der Pockelszelle im ersten Vakuumtank), was weniger als $\lambda/4$ für 25 MHz ist (nämlich 2 m). Man erhält aber trotzdem eine Resonanz um 25 MHz, da die Induktivität

der Sekundärwicklung in den Schwingkreis einbezogen wird.

Wie man in Abbildung 3.18 abliest, ist die Eingangsimpedanz dieser Schaltung bei der Resonanzfrequenz reell und hat einen Betrag von ca. 5 Ω. Diese ohm´sche Last läßt sich mit zwei parallelgeschalteten Strompuffern (Elantec 2008) treiben, die jeweils 1 A Strom bis zu 55 MHz, bei einer Spannung von ca. 8 V_{eff} liefern können.

Abbildung 3.19 zeigt den schematischen Aufbau der so realisierten Ansteuerung.

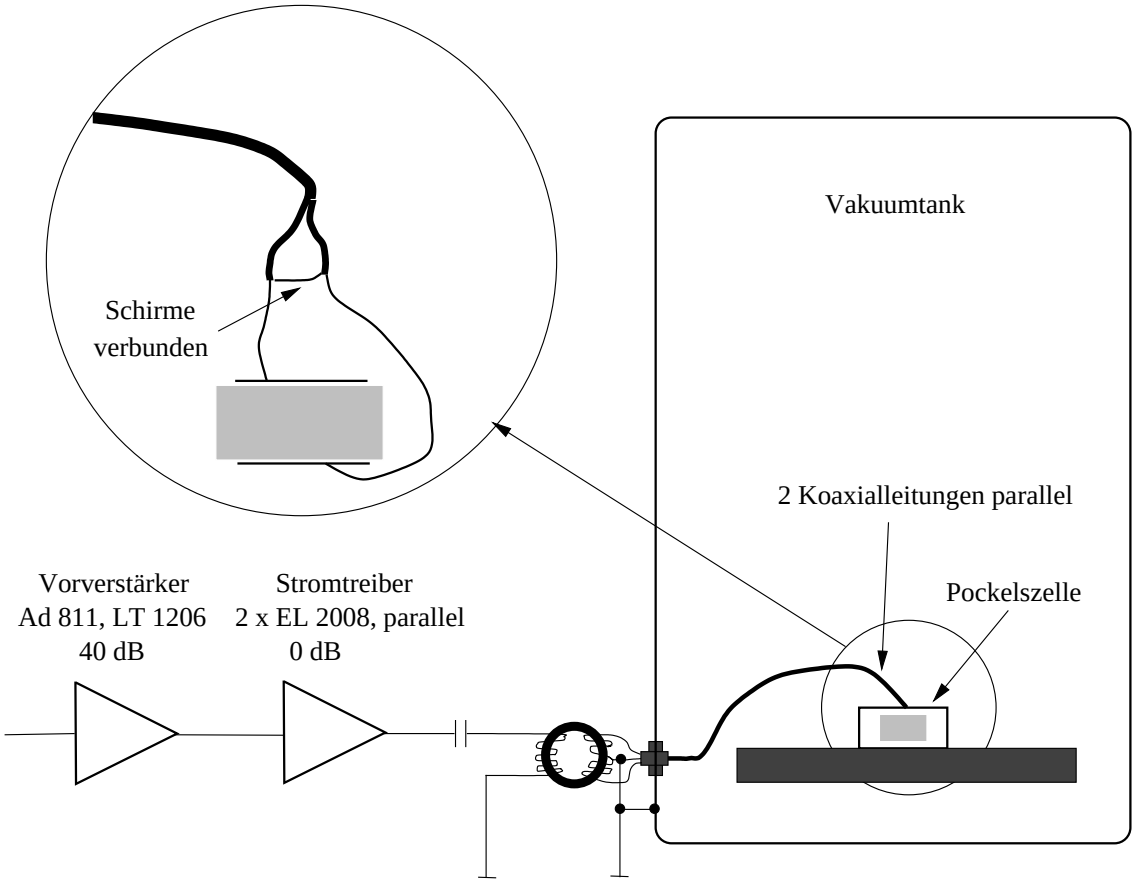


Abbildung 3.19: Schematischer Aufbau der resonanten Pockelszellen-Ansteuerung

Um die Resonanzfrequenz einstellen zu können, wird ein Kondensator in Reihe zur Primärwicklung des Transformators geschaltet. Bei der 25 MHz - Ansteuerung hat er im Testaufbau, d.h. ohne Vakuumdurchführung im Resonanzkreis, einen Wert von 470 pF. Mit der Vakuumdurchführung verringert sich die Spannungsverstärkung des Resonanzkreises nicht wesentlich, die Resonanzfrequenz sinkt aber von 25 auf 22 MHz. Ändert man den Kondensator auf 180 pF, so liegt die Resonanz wieder um 25 MHz.

Abbildung 3.20 zeigt die gemessene Transferfunktion der gesamten Pockelszellenansteuerung mit elektronischer 40 dB-Vorverstärkung und einer Eingangsspannung von 100 mV_{eff}.

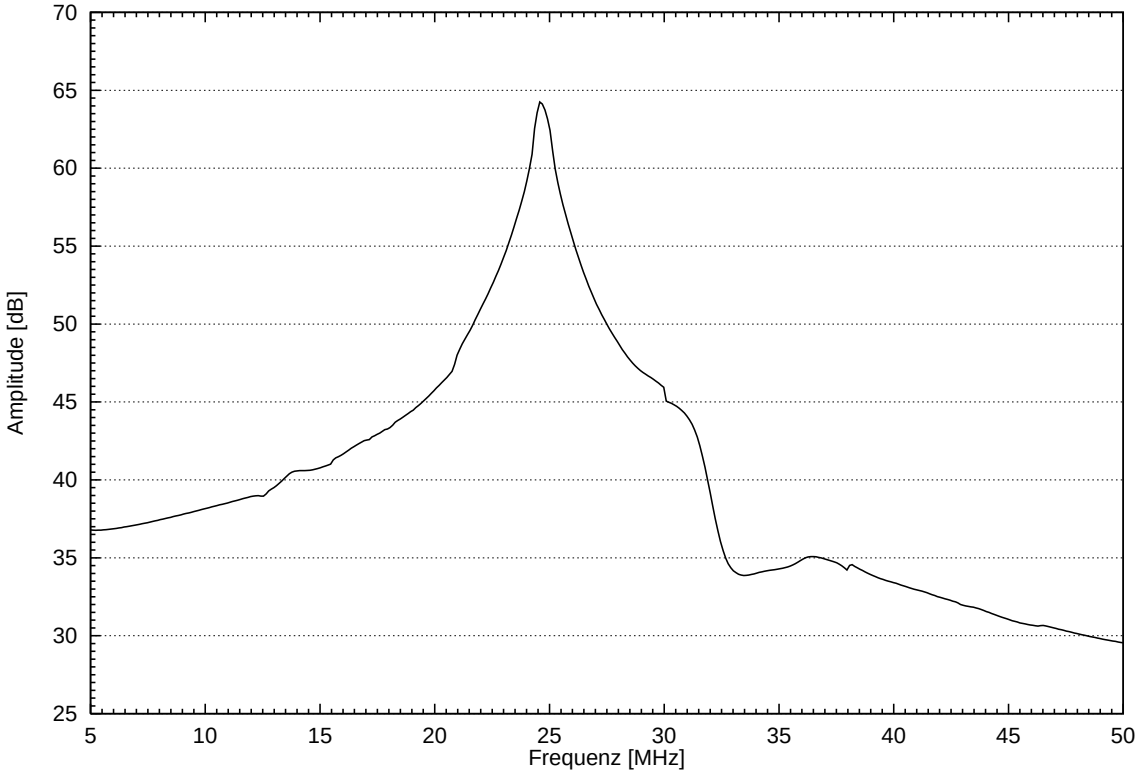


Abbildung 3.20: Transferfunktion der resonanten Pockelszellenansteuerung bei 100 mV_{eff} Eingangsspannung. Etwa 40 dB der Gesamtverstärkung werden durch die Verstärkerstufen vor dem Stromtreiber erreicht.

Die Messung wurde mit einem aktiven 500 MHz-Tastkopf mit 100 : 1 Abschwächer asymmetrisch direkt an der Pockelszelle ausgeführt (Masse des Tastkopfes auf die Abschirmung der Koaxialleitungen, Tastspitze an einen Innenleiter). Da die Spannung am anderen Innenleiter gegenphasig ist (eine Messung ergab beispielsweise 178°), wurde die gemessene Amplitude für die Darstellung mit 2 multipliziert. Erhöht man den Eingangspegel über 100 mV_{eff} hinaus, so sättigen der Operationsverstärker in der zweiten Stufe und die Stromtreiber, so daß sich die Spannung an der Pockelszelle nicht weiter erhöht. Mit der bei der Resonanzfrequenz gemessenen Verstärkung von 64 dB bei 100 mV_{eff} Eingangsspannung ergibt sich eine maximale Spannung an der Pockelszelle von 158 V_{eff}.

Kapitel 4

Aufbau und Betrieb des Autoalignments

4.1 Installation der Komponenten

Auf einem Experimentiertisch der Größe $1.2 \times 0.9\,\mathrm{m}$, der sich direkt am Austrittsfenster eines Vakuumtanks befindet, sind die Kameras und die dazu gehörigen Linsen und Strahlumlenker aufgebaut. Der Tank beinhaltet jeweils die Spiegel A und C der beiden Modecleaner von GEO 600 (siehe Abbildung 2.2, S. 28), die Pockelszelle, die die Modulation des Lichts für den zweiten Modecleaner bereitstellt, sowie einige Umlenkspiegel.

Der am Einkoppelspiegel A des ersten Modecleaners reflektierte Strahl wird nach Durchtritt durch das Tankfenster mittels zweier Spiegel in der Höhe versetzt, damit er auf den höher liegenden Experimentiertisch gelangen kann.

Bis zum Abschluß dieser Arbeit wurde das Autoalignment des ersten Modecleaners aufgebaut und für die vier in Kapitel 2.2.1 beschriebenen Freiheitsgrade α_-, α_b, β_+ und β_b getestet. Die im folgenden aufgeführten Messungen fanden bei nicht evakuiertem Tank statt. Die Elektronik für das Autoalignment eines Modecleaners befindet sich auf zwei Einschüben mit Frontplatten („Module“), von denen jeder zwei Freiheitsgrade regelt. Das Modul für horizontales (Rotation der Spiegel) Autoalignment regelt die Freiheitsgrade α_-, α_b, das für vertikales (Tilt) entsprechend β_+ und β_b.

4.1.1 Kameras

Da bei zu großer Lichtleistung auf den Quadrantendioden die Strombegrenzung (siehe S. 60) die Gegenspannung der Dioden verringert (und dadurch auch die Kapazität der Dioden um ein Vielfaches erhöht und die Resonanzfrequenz der Schwingkreise verringert), ist es notwendig, die Lichtpegel auf den Kameras z.B. mit Graufiltern einzustellen.

Während des Versuchs, den ersten Modecleaner longitudinal auf Resonanz zu halten (zu „locken“), wurde beschlossen, zur Gewinnung des dazu erforderlichen Fehlersignals zunächst den demodulierten Summenausgang einer Autoalignment-Kamera zu verwenden. Der Lichtpegel auf der dazu

verwendeten Kamera muß in diesem Fall so eingestellt werden, daß die Kamera auch dann nicht strombegrenzt ist, wenn der Modecleaner nicht resonant ist und die ganze einfallende Leistung am Einkoppelspiegel A reflektiert wird. (Auf diese Weise hat man ein Fehlersignal zur longitudinalen Regelung des Modecleaners auch dann, wenn er noch nicht im Lock ist.)

Zu diesem Zweck wurden Graufilter vor die nahe Kamera (das ist die Kamera im Nahfeld, ohne Linsensystem) gestellt, so daß die Kamera bei *nicht gelocktem* Modecleaner gerade nicht strombegrenzt ist. Der Nachteil dieser Einstellung ist eine geringere Empfindlichkeit dieser Kamera für die Fehlersignale des Autoalignment, da bei gelocktem Modecleaner z.B. nur noch ein Zehntel der eingestrahlten Lichtleistung am Einkoppelspiegel reflektiert wird und zur Detektion auf der Diode zur Verfügung steht.

Für die zweite Kamera (im Fernfeld) wurde der Lichtpegel so eingestellt, daß sie bei *gelocktem* Modecleaner soeben nicht in Strombegrenzung ist (sie ist somit bei *nicht gelocktem* Modecleaner in Strombegrenzung, wenn die Signale ihrer Resonanzkreise aber auch nicht benötigt werden). Damit wird hier die maximale Lichtleistung zur Detektion der Autoalignment-Fehlersignale genutzt. Aufgrund der Lieferprobleme des Herstellers stand nur eine einzige Quadrantendiode des Typs Centronics QD 50-4X zur Verfügung. Wegen ihrer größeren Empfindlichkeit wird sie in *der* Kamera benutzt, deren Signale auch für die longitudinale Regelung des Modecleaners genutzt werden, nämlich in der nahen Kamera. Die ferne Kamera (mit dem in Kap. 2.2.3 beschriebenen Linsensystem im Strahlengang) ist mit einer Advanced Photonics SD 380-23-21-051-Diode ausgestattet.

Das Linsensystem wurde so aufgestellt, daß der Abstand d2 zwischen L1 und L2 28.5 cm beträgt und der Abstand d3 zwischen L2 und Kamera 0.5 m (vgl. Abbildung 2.5). Beim Aufstellen der Kameras ist darauf zu achten, daß die Quadrantendioden nicht genau senkrecht vom Strahl getroffen werden, damit man keine störenden Interferenzen in der Glasplatte des Diodengehäuses erhält.

4.1.2 Einstellung der Strahlumlenker

Die Justage der Galvanometerscanner kann einige Iterationen erfordern, da der vom Strahl aus gesehene Querschnitt der Scannerspiegel (die ja unter 45° zum Strahl stehen) nicht viel größer als der Strahldurchmesser ist. Es ist darauf zu achten, daß der Strahl die Scannerspiegel in der Mitte trifft, so daß bei kleinen Änderungen des DC-Alignments des Modecleaners der Strahl nicht am Rand der Scannerspiegel teilweise abgeschnitten wird. Während des manuellen Alignments des Modecleaners mußten die Scanner zweimal etwas nachjustiert werden.[1] Außerdem ist es wichtig, daß bei ausgeschaltetem Regelkreis der Scanner der Strahl etwa mittig auf die Quadrantendiode fällt. Traf er genau am Rand auf die Quadrantendiode, so wurde einmal eine Schwingung des Regelkreises beobachtet, bei der die automatische Abschaltung an der Schwingung beteiligt war. Sind alle Strahlen richtig justiert, so funktionieren die Strahlumlenker völlig problemlos.

[1] Das liegt auch daran, daß es aufgrund der zwei zusätzlichen Freiheitsgrade α_+ und β_- verschiedene Möglichkeiten gibt, den Eigenmode des Modecleaners auf den einfallenden Strahl auszurichten, wobei der vom Einkoppelspiegel kommende und auf die Scanner treffende Strahl verschiedene Richtungen hat (siehe Kap. 2.2.2).

Werden die Scanner zum erstenmal in Betrieb genommen, so sind die elektronischen Offsets auf der Platine des Regelkreises einzustellen. (Siehe Schaltplan in Anhang B.1, S. 100, A1-D7.) Zu diesem Zweck wird die Quadrantendiode abgedunkelt, und die Spannungen vor dem Eingang zu den Dividiererstufen in x- und y-Richtung werden auf 0 V abgeglichen. Ebenso wird der Offset des Summeneingangs auf 0 V eingestellt. Wichtig ist auch die Einstellung der Verstärkung des Summensignals auf der Platine. Ist sie zu groß, so schalten sich die Scanner bei zu großem Lichtpegel aus (die Summe wird als Nenner für die Dividierer benutzt und darf nicht größer als 10 V sein). Ist die Verstärkung zu klein, so schaltet sich der Scanner bei zu kleiner Summenspannung aus. Die Ausschaltschwelle wird auf 500 mV gestellt und die Verstärkung so, daß bei gelocktem Modecleaner die Summenspannung nicht zu dicht an der oberen und unteren Schwelle liegt (also z.B. auf 5V). Anschließend wird bei geschlossenem Regelkreis die Verstärkung der beiden Regleschleifen für x und y so eingestellt, daß der Regler auf einer höheren Resonanz des Scanners hörbar schwingt (typisch ca. 5 kHz) und die Verstärkung dann wieder verringert, so daß der Regelkreis sicher nicht mehr schwingt.[2]

4.2 Orthogonalisierung der Fehlersignale

Nach der Einstellung der Offsets und Summenverstärkung für die Autoalignmentplatinen (wie für die Scanner beschrieben; Schaltplan in Anhang B.3, S. 105) war der nächste Schritt die Einstellung der elektronischen Orthogonalisierung der Fehlersignale, d.h. die Bildung von Linearkombinationen der Signale von naher und ferner Kamera derart, daß die Signale für die Freiheitsgrade α_-, α_b, β_+ und β_b möglichst wenig Beimischungen der jeweils anderen Freiheitsgrade haben. Diese Signale nach der Orthogonalisierung (die an den Punkten X12 und X14 im Schaltplan auf S. 105 gemessen werden) heißen im Folgenden $S\alpha_-$, $S\alpha_b$, $S\beta_+$ und $S\beta_b$.

Zur Einstellung der Orthogonalisierung wurde jeweils ein Testsignal mit 100 mV_{pp} bei 5 Hz auf die langsamen Eingänge der lokalen Regelungen gegeben, die den entsprechenden Freiheitsgraden zugeordnet sind. (Zur Variation von α_- und β_+ werden die Spiegel A *und* C gegen- bzw. gleichphasig angesteuert.) Das Fehlersignal des jeweiligen Freiheitsgrades (also das Signale$S\alpha_-$, $S\alpha_b$, $S\beta_+$ oder $S\beta_b$) wurde mit einem Spektrumanalysator gemessen und das Signal bei 5 Hz durch die Einstellung der entsprechenden Trimmpotentiometer (P15, P16) auf den Autoalignmentplatinen minimiert.

Tabelle 4.1 zeigt das Ergebnis der Orthogonalisierung.

Jede Zeile beschreibt die Ansteuerung eines Freiheitsgrades mit dem Testsignal, und das für diesen Fall gemessene Signal liest man in den Spalten ab. Im linken Teil der Tabelle sind die gemessenen Spannungen eingetragen. Die fett gedruckten Werte entsprechen den Ausgängen mit möglichst maximaler Empfindlichkeit für den angesteuerten Eingang.

Da die Kanäle unterschiedlich empfindlich sind, ist im rechten Tabellenteil die Normierung der gemessenen Signale (also jeder Spalte) auf die fett gedruckten Werte dargestellt. Jeweils ein Ka-

[2] Eine genauere Methode ist die Messung der Transferfunktion bei geschlossenem Regler. In der openloop Darstellung (S. 51) sollte die Amplitude hinter dem 0 dB-Punkt immer unterhalb -10 dB bleiben.

Horizontal (Rotation) :

	$S\alpha_-$	$S\alpha_b$	$S\alpha_-$ normiert	$S\alpha_b$ normiert
Eingang α_-	**74 mV**	2 mV	100 %	0.7 %
Eingang α_b	0.5 mV	**8 mV**	25 %	100 %

Vertikal (Tilt) :

	$S\beta_+$	$S\beta_b$	$S\beta_+$ normiert	$S\beta_b$ normiert
Eingang β_+	**58 mV**	8 mV	100 %	0.9 %
Eingang β_b	0.5 mV	**16 mV**	50 %	100 %

Tabelle 4.1: Ergebnis der Orthogonalisierung der Fehlersignale bei 5 Hz.

nal für horizontel und vertikal ist sehr gut vom anderen unabhängig (unter 1 %), der jeweils andere hat noch eine größere Beimischung des anderen Freiheitsgrades. Ist aber mindestens eine Beimischung klein, so kann das Autoalignment die Auswirkung der größeren Beimischung im anderen Kanal durch die Regelung klein machen.

4.3 Verstärkung der lokalen Regelungen

Da die Verstärkungen der Regelkreise der lokalen Regelungen die Transferfunktionen (von den Eingängen der lokalen Regelungen zu den Spiegelbewegungen) beeinflussen, müssen diese Verstärkungen sinnvoll eingestellt werden.

Abbildung 4.1 zeigt die Amplituden zweier Transferfunktionen vom langsamen Eingang der lokalen Regelung zum Tilt von Spiegel B.[3]

Bei den beiden Messungen wurde die Verstärkung der lokalen Regelung von Kanal ß jeweils verschieden eingestellt. Bei relativ großer Verstärkung (kurz bevor die lokale Regelung schwingt) ist die Pendelresonanz bei ca. 1.5 Hz stärker unterdrückt als im Fall kleinerer Verstärkung, in dem sie deutlicher hervortritt. Den Nachteil dieser stärkeren Unterdrückung sieht man aber bei größeren Frequenzen. Oberhalb von ein paar Hz steigt die Amplitude dieser Transferfunktion wieder an und wird somit für ein Autoalignment bei diesen Frequenzen unbrauchbar. Es ist also wichtig, die Verstärkung der lokalen Regelungen nicht zu groß einzustellen und gegebenenfalls durch die Messung der Transferfunktion zu verifizieren.

[3] Diese Transferfunktionen wurden nach der zuvor beschriebenen Orthogonalisierung der Fehlersignale mit der Differentiellen Wellenfrontabtastung gemessen.

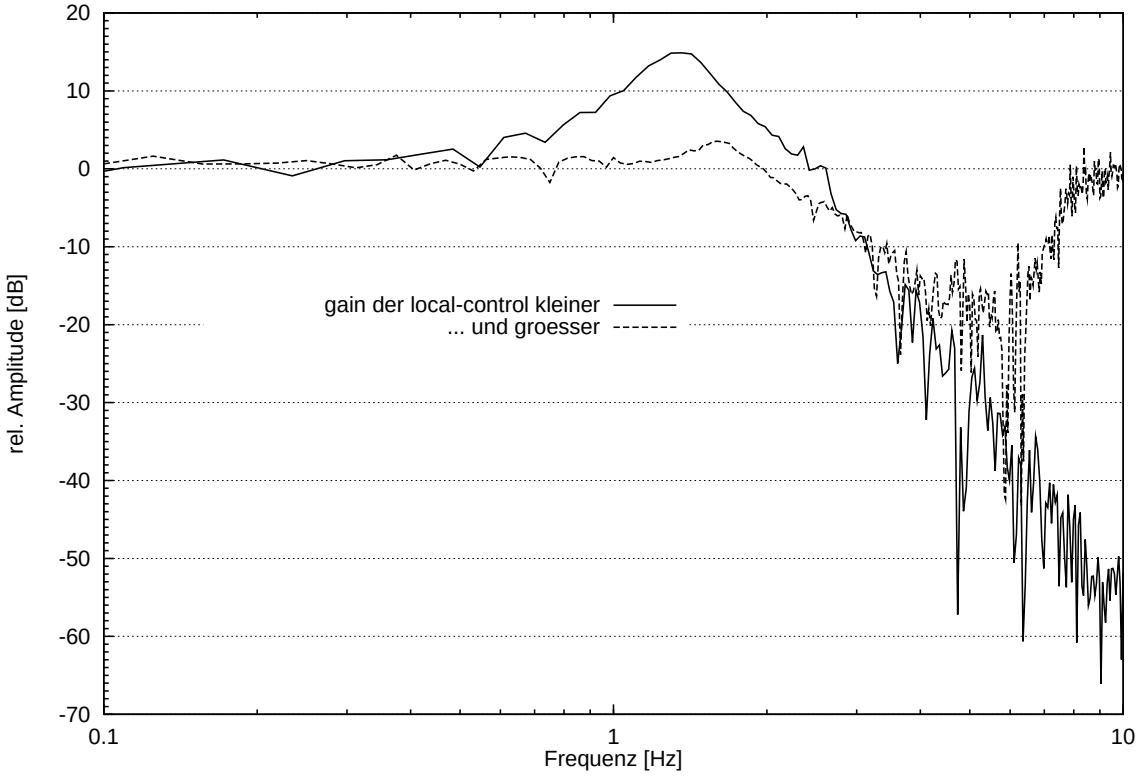


Abbildung 4.1: Transferfunktionen des langsamen Spiegelsteuereingangs zum Tilt von Spiegel B. Vergleich für zwei verschiedene Verstärkungen der lokalen Regelung

4.4 Das Autoalignment im Betrieb

4.4.1 Strahlumlenker

Abbildung 4.2 zeigt die spektrale Dichte der Bewegung des Referenzstrahls auf der Quadrantendiode bei gelocktem Modecleaner (ohne Autoalignment-Regelung) für geschlossene und offene Regelung der Strahlumlenker.

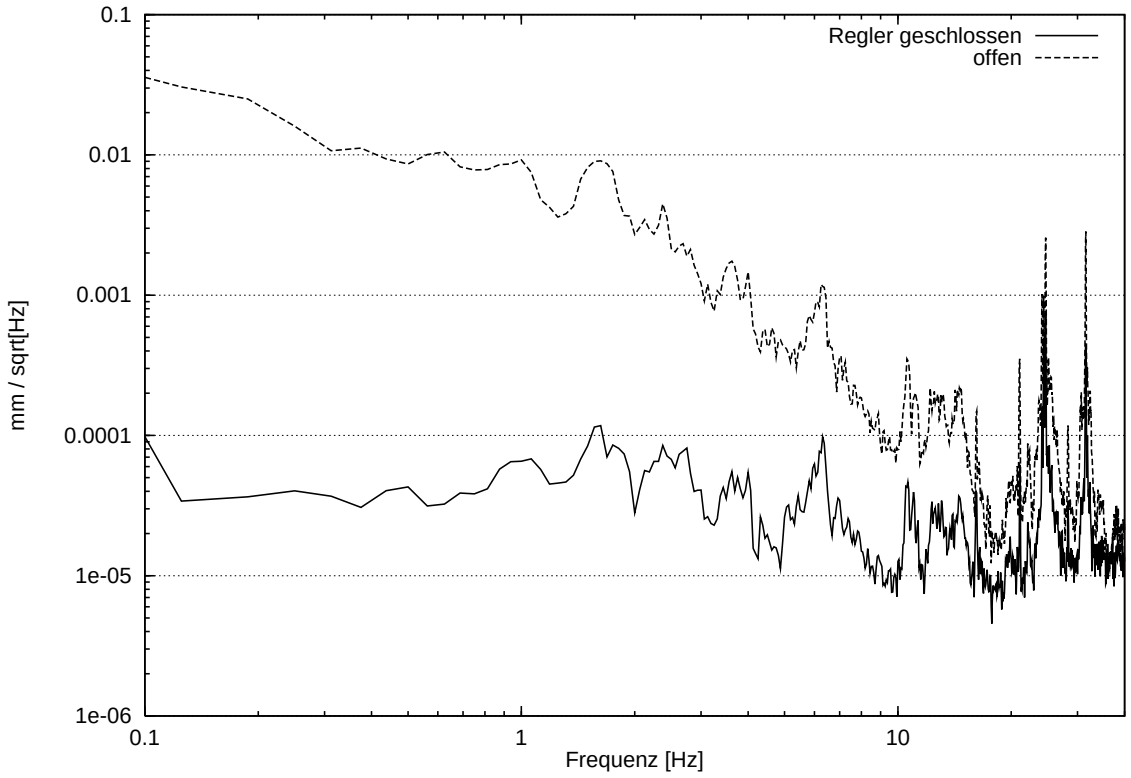


Abbildung 4.2: Spektrale Dichte der Bewegung des Referenzstrahls auf der Quadrantendiode

Man erkennt die Unterdrückung der Strahlbewegung auf der Quadrantendiode, die zu kleinen Frequenzen zunimmt. Auffällig sind die beiden Peaks bei ca. 24 und 31 Hz. Sie werden um ca. 10 dB unterdrückt (in dieser Darstellung nicht sichtbar) und sind auch in den Spektren der Autoalignment-Fehlersignale zu beobachten. Die Ursache dieser Peaks ist bisher nicht eindeutig klar. Bei einem (31 Hz) könnte es sich vielleicht um eine vertikale Schwingung des Spiegels gegen die Mittelmasse handeln. Die Peaks können ein Problem bei der Erhöhung der Bandbreite des Autoalignment-Regelkreises darstellen, falls die unity-gain-Frequenz in diesem Bereich liegt oder die Peaks so groß sind, daß sie die 0 dB-Schwelle der geschlossenen Regelung erreichen. Es bleibt aber abzuwarten, wie diese Signale für den evakuierten Modecleaner aussehen.

Weiterhin erkennt man in Abbildung 4.2, daß die Strahlumlenker noch dahingehend verbessert werden können, daß ein schnellerer Anstieg der Unterdrückung hin zu kleineren Frequenzen erfolgt. Die absolute Unterdrückung der Strahlschwankungen nimmt hier im Bereich von ca. 10 Hz bis 1 Hz leicht ab (der Grund ist ein Anstieg der Strahlschwankungen mit mehr als einem Faktor 10 pro Dekade der Frequenz, der der Integrator der Regelfilter nicht folgen kann), was mit einem zusätzlichen $f^{-1/2}$-Filter in der Regelschleife verbessert werden kann.

4.4.2 Autoalignment-Regelkreise

Abbildung 4.3 schließlich zeigt die spektrale Dichte der vertikalen Verkippung (Tilt) von Spiegel B, mit und ohne Autoalignment (Signal $S\beta_b$, gemessen an X14 des vertikalen Moduls; Schaltplan S. 105).

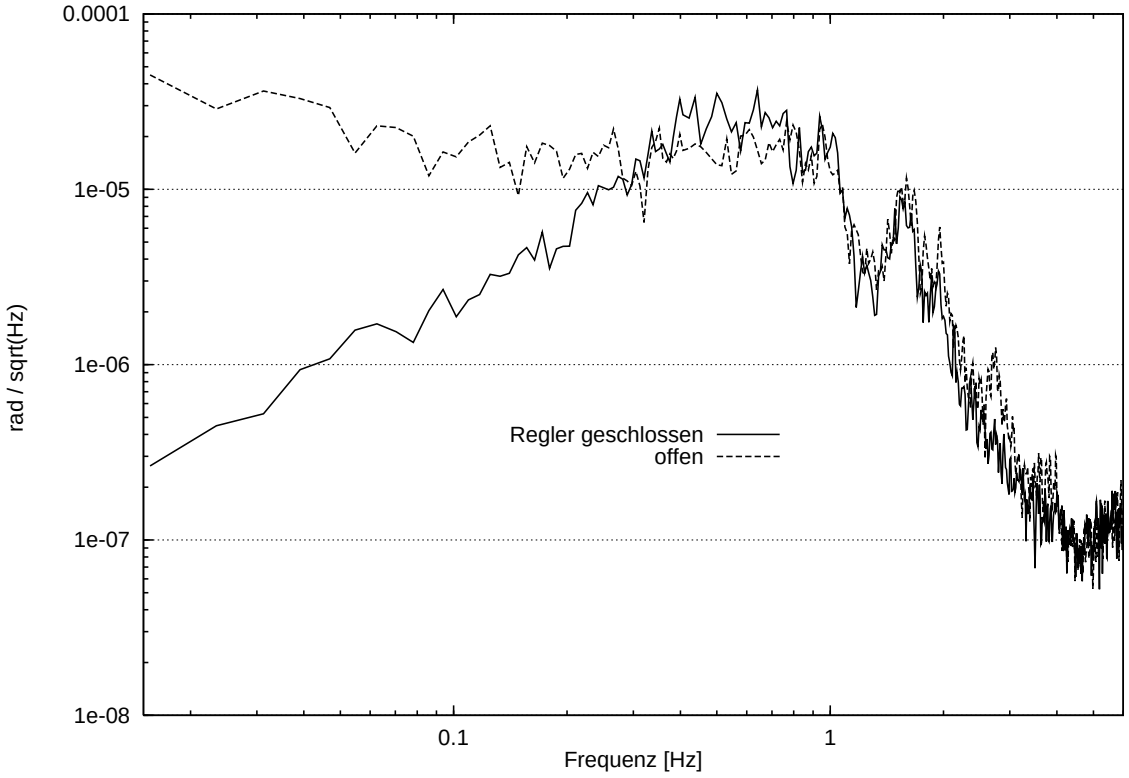


Abbildung 4.3: Spektrale Dichte der vertikalen Verkippung von Spiegel B, mit und ohne Autoalignment

Es wurde ein Integrator zusammen mit dem auf S. 41 beschriebenen $f^{-1/2}$-Filter benutzt. Die unity-gain-Frequenz liegt im Bereich um 0.3 Hz, und die Unterdrückung der Schwankungen steigt zu kleinen Frequenzen wie erwartet mit etwa $f^{3/2}$ an. Mit diesen Regelfiltern funktionieren jeweils alle vier mit Differentieller Wellenfrontabtastung zu regelnden Freiheitsgrade α_+, α_-, β_b und β_+ – jedoch alle *gleichzeitig* nur mit einer kleineren unity-gain-Frequenz als 0.3 Hz.

Da eine Unterdrückung der Spiegelbewegungen bei den Resonanzfrequenzen der Pendel mit diesen Regelfiltern noch nicht erreicht werden kann, wirkt sich die Kopplung der Freiheitsgrade an den Pendeln (Kopplung zwischen Tilt und Rotation der Spiegel) besonders störend aus. Dies ist sicher ein Grund, weshalb beim Einschalten des Autoalignments für mehrere Freiheitsgrade mit unity-gain-Frequenzen bei 0.3 Hz das Gesamtsystem zu Schwingungen neigt.

Das Einschalten des Autoalignments für die einzelnen Freiheitsgrade funktioniert ohne Probleme. Ist der Regelkreis offen, so wird der Kondensator des Integrators durch einen CMOS-Analogschalter entladen. Beim Einschalten wird die Verstärkung des Regelkreises automatisch über ca. 1 s bis zu ihrem Endwert hochgefahren. Das Autoalignment kann über einen Schalter so eingestellt werden, daß es sich automatisch ausschaltet, sobald der Modecleaner „aus dem Lock“ fällt. Zu diesem Zweck vergleicht ein Komparator die auf die Quadrantendioden treffende Lichtleistung (wie im Fall der Strahlumlenker) mit einer oberen Schwelle. Wird diese überschritten, weil die volle, am Einkoppelspiegel des Modecleaners reflektierte Lichtleistung auf die Diode trifft, so schaltet sich die Regelung aus. Ist der Modecleaner wieder gelockt, so wird das Autoalignment automatisch wieder eingeschaltet, was mit dem aufgebauten System sehr gut funktioniert.

Zusammenfassung und Ausblick

Autoalignment ist eine Technik, die eine automatische Winkeljustage der optischen Komponenten eines Interferometers ermöglicht. Der Einsatz von Autoalignment ist (insbesondere bei Gravitationswellendetektoren) notwendig, um höchste Leistungsfähigkeit der Instrumente zu erreichen und gute Verläßlichkeit im Dauerbetrieb zu erhalten.

Die Modecleaner des Gravitationswellendetektors GEO 600 z.B. sollen eine möglichst hohe Transmissivität der eingestrahlten Lichtleistung haben. Dies erreicht man, indem die Achse der Gauß´schen Eigenmode des Resonators mittels Autoalignment mit der Achse des einfallenden Strahls in Übereinstimmung gebracht wird. Das Ziel der vorliegenden Arbeit war die Entwicklung, der Aufbau und der Test eines solchen Systems für die Modecleaner von GEO 600.

Da noch niemals ein Autoalignment für einen drei-Spiegel-Ringresonator entworfen wurde, mußten die Fehlersignale für dieses System berechnet werden. Die bereits existierenden Komponenten des Autoalignments am Garchinger Prototypen eines Gravitationswellendetektors wurden für die Verwendung bei GEO 600 weiterentwickelt und teilweise neu entworfen. Die daraus hervorgegangenen Komponenten sind für das gesamte Autoalignmentsystem von GEO 600 und ähnliche Experimente verwendbar.

Das Autoalignment des ersten Modecleaners wurde in Betrieb genommen und arbeitet sehr zufriedenstellend. Damit wurde erstmalig Autoalignment eines Ringresonators mit aufgehängten Spiegeln demonstriert.

Es konnte eine Unterdrückung der Spiegelschwankungen mit einem Faktor von über 100 bei 10 mHz und einer unity-gain-Frequenz der Regelung von 0.3 Hz erreicht werden.

Um für die Zukunft die unity-gain-Frequenz der Regelung zu erhöhen, sind noch komplexere Regelfilter notwendig, für die ein Entwurf entwickelt wurde. Weitere Untersuchungen der Eigenschaften dieser Filter sind nötig, und die Leistungseigenschaften des an den Modecleanern arbeitenden Systems können noch optimiert werden.

Anhang A

Kleine Einführung in elektronische Regelungen

Dieser Anhang ist der Versuch, eine kurze, praktisch orientierte Einführung in Regelungselektronik zu geben, so wie sie am Institut häufig benutzt wird. In Abschnitt A.1 werden einige Grundlagen des Entwurfs (elektronischer) Regelungen mit Hilfe von Bodediagrammen behandelt, in Abschnitt A.2 werden einige typische, in Regelungen verwendete elektronische Schaltungen vorgestellt.

A.1 Grundlagen

A.1.1 Das Prinzip einer Regelung

Regelungen dienen dazu, eine zu überwachende Größe A (die *Regelgröße*) automatisch an einen vorgegebenen, zumeist zeitunabhängigen Wert S (den *Sollwert*) anzupassen.

Abbildung A.1 zeigt das Prinzip einer Regelung.

Am Ausgang der Regelstrecke liegt die zu regelnde Größe A an, die von einem Sensor in eine Spannung B gewandelt wird. Von dieser Spannung wird die Sollgröße S subtrahiert, die sich ergebende Differenz D stellt die Abweichung der Regelgröße vom Sollwert S dar. Ein Regelfilter mit der Übertragungsfunktion $H(\omega)$ wandelt das Signal D auf eine noch zu betrachtende Weise in das Signal Y, das der Regelstrecke mit negativem Vorzeichen wieder zugeführt wird. Die Regelung benutzt also negative Rückkopplung, um die Größe A konstant zu halten. (Genau genommen wird B konstant gehalten.)

Die Übertragungsfunktion $H(\omega)$ ist eine lineare komplexe Funktion der Kreisfrequenz ω. Das bedeutet, daß eine Sinusschwingung der Amplitude D am Eingang des Regelfilters von $H(\omega)$ in eine Sinusschwingung gleicher Frequenz, aber mit Amplitude D $H(\omega)$ am Ausgang des Filters

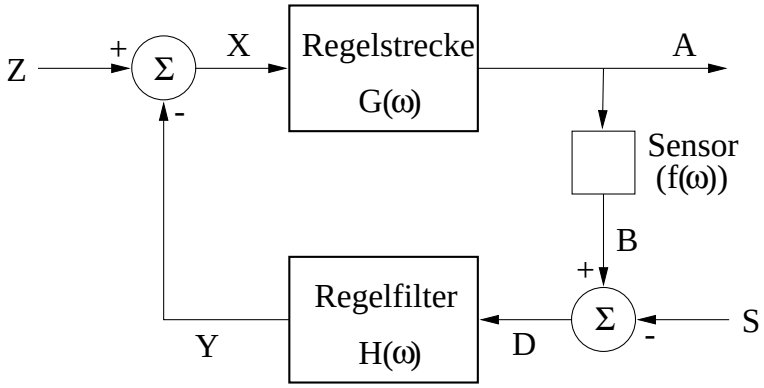


Abbildung A.1: Prinzip einer Regelung

gewandelt wird. Außerdem erfährt D im allgemeinen noch eine Phasenverschiebung φ, weshalb man die Übertragungsfunktion komplex darstellt. Die Regelstrecke besitzt die ebenfalls komplexe Übertragungsfunktion $G(\omega)$. Natürlich hat auch der Sensor eine frequenzabhängige komplexe Übertragungsfunktion $f(\omega)$, von der wir aber der Übersichtlichkeit halber annehmen, daß sie gleich 1 ist.

In Abbildung A.1 ist neben den erwähnten Komponenten noch eine sog. Störgröße Z dargestellt, auf die wir gleich noch kommen. Um die Regelung genauer zu verstehen, betrachten wir als Beispiel die Leistungsstabilisierung eines Lasers. Die Regelstrecke besteht in diesem Fall aus dem Laser, der eine Eingangsspannung in eine bestimmte Lichtleistung A umsetzt. Vorläufig nehmen wir an, daß $G(\omega) = 1$ ist.[1] Der größte Teil der Lichtleistung wird für ein uns unbekanntes Experiment verwendet (Pfeil nach rechts), ein kleiner Teil wird aber abgezweigt und fällt auf den Sensor, also z.B. eine Photodiode mit einer Beschaltung, die eine zur Lichtleistung proportionale Spannung B liefert.

Von B wird der Sollwert S subtrahiert, und angenommen B ist kleiner als S, so erhalten wir eine negative Spannung D. Denken wir uns ein besonders einfaches Regelfilter bestehend aus einem Draht (also $H(\omega) = 1$), so wird die Spannung *minus* D auf den Eingang der Regelstrecke zurückgeführt (also die positive Spannung $|D|$). Die Spannung D am Eingang des Lasers bestimmt aber gerade die Ausgangsleistung A. Was wird nun mit der Spannung B (und somit mit A) bei dieser Drahtregelung geschehen? (Vorausgesetzt die Regelung schwingt nicht, d.h. $G(\omega)$ oder $H(\omega)$ hat einen einfachen Pol; aber dazu weiter unten mehr.)

Ich nehme an, die meisten Leser müssen (wie ich auch) einige Zeit darüber nachdenken. Das Ergebnis ist, daß die Spannung B die *Hälfte* der Spannung S beträgt. Nun, Hauptsache stabilisiert, denken wir uns. Aber wie gut ist unsere Drahtstabilisierung? Betrachten wir dazu den Einfluß einer Störgröße Z, das kann z.B. ein Nachlassen der Lichtleistung des Lasers, verursacht durch Winkeländerungen der Resonatorspiegel des Lasers, sein. Es stellt sich eine neue Verteilung der Spannungen derart ein, daß der störende Einfluss gerade *halb* unterdrückt wird.

[1] Genau genommen ist $G(\omega) = 1[W/V]$, da der Laser eine Eingangsspannung in eine Lichtleistung umsetzt. Entsprechend ist die Übertragungsfunktion des Sensors $f(\omega) = 1[V/W]$.

Die Beziehungen der Größen zueinander im Regelkreis lauten: (Der Übersichtlichkeit halber ist die Abhängigkeit von H und G von ω nicht ausgeschrieben.)

$$B = A \quad (\text{für den idealen Sensor mit} f(\omega) = 1\ ) \tag{A.1}$$

$$A = XG = (Z - Y)G = (Z - DH)G \tag{A.2}$$

Schließen wir den Kreis, so erhalten wir :

$$B = (Z - (B - S)H)G \tag{A.3}$$

Auflösen nach B liefert

$$B = \frac{ZG}{1+HG} + \frac{SHG}{1+HG}. \tag{A.4}$$

Der linke Term von (A.4) zeigt, daß eine Störung Z mit dem Faktor 1+HG am Punkt B unterdrückt wird. Für große Werte HG nähert sich der rechte Term S an, so daß B $\approx$ S wird.

Betrachten wir noch einmal den Regler mit H = G = 1, so wird B = Z/2 + S/2. Wir können ihn drastisch verbessern (also viel mehr Unterdrückung von Z erreichen), wenn wir mit einem elektronischen Verstärker z.B. $H(\omega) = 1000$ einstellen. Wir erhalten dann B = Z/1001 + S*1000/1001. Die Störung wird etwa 1000-fach unterdrückt, während B fast genau den Wert S annimmt.

Ein solcher Regler heißt auch *Proportionalregler*. In dem Frequenzbereich, in dem ein Regler proportional ist, sind H und G unabhängig von der Frequenz.

Bevor wir das Frequenzverhalten des Regelkreises genauer betrachten, noch drei Anmerkungen zu der in Abbildung A.1 gezeigten Regelung:

- Der Sollwert S ist häufig Null. Das hat den Vorteil, daß ein Sensor, der eine Größe A „in der Gegend um Null“ mißt (die funktionierende Regelung macht die Größe A ja gerade klein), in diesem Bereich immer linear ist.
- Ist die Übertragungsfunktion des Sensors $f(\omega)$ wesentlich von 1 verschieden (insbesondere in dem Frequenzbereich in dem der Regler arbeitet), so muß das Regelfilter $H(\omega)$ diese Übertragungsfunktion mit kompensieren.
- Eine Störgröße, die im Sensor ihren Ursprung hat, wird vom Regler als Störung von A interpretiert. Entsprechend versucht die Regelung die Größe A so zu verändern, daß B wieder gleich S ist. Störungen, die im Sensor oder in Teilen des Reglers auftreten, können also nicht unterdrückt werden und werden auf die Regelgröße übertragen.

A.1.2 Frequenzverhalten des Regelkreises

Sind G(ω) und H(ω) wirklich gleich 1 für alle Frequenzen, so funktioniert die im vorigen Abschnitt dargestellte Regelung nicht. Alle Signale im Regelkreis haben endliche Laufzeiten. Insbesondere wird ein verändertes Signal am Eingang der Regelstrecke nicht sofort zu einer Änderung der Regelgröße A führen. Allein die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit von Spannungsänderungen auf Leitungen führt zu immer größeren Phasenverschiebungen bei größer werdenden Frequenzen.

Für eine bestimmte Frequenz ω wird die Phasenverschiebung des Signals Y in Abbildung A.1 gegenüber Signal Z nicht mehr 0° sein (wie bei kleinen Frequenzen), sondern 180°. Eine Störung Z wird dann nicht unterdrückt, sondern verstärkt, was dazu führt, daß das System bei dieser Frequenz schwingt.

Um das zu verhindern, muß die maximale zusätzliche (zusätzlich zu den 180°, die aus der negativen Rückkopplung resultieren) Phasenverschiebung φ im Regelkreis kleiner als 180° sein. Die Theorie der Regelungstechnik zeigt, daß diese Anforderung genau für *die* Frequenz erfüllt sein muß, bei der die Gesamtverstärkung $|G(\omega)H(\omega)|$ des Regelkreises gleich 1 ist. Diese Frequenz heißt *unity-gain-Frequenz*. Andersherum gesagt bedeutet das, daß eine Regelung genau dann schwingt, wenn φ bei der unity-gain-Frequenz gleich 180° ist.

Realistische Werte einer stabilen Regelung für φ bei der unity-gain-Frequenz sind $90^\circ < \varphi < 150^\circ$. Man spricht dann auch davon, daß bei dieser Frequenz die *Phasenreserve* (engl. *phasemargin*) 90° bzw. 30° beträgt. Wählt man als Phasenreserve z.B. nur 5°, neigt der Regler in der Praxis trotzdem zum Schwingen, weil die Gesamtverstärkung im Kreis, und somit die unity-gain-Frequenz, niemals ganz konstant ist.

Ist φ für alle Frequenzen unterhalb der unity-gain-Frequenz kleiner als 180° (das ist aufgrund der möglicherweise verwendeten Filter nicht selbstverständlich), so heißt der Regelkreis *unbedingt stabil*. Ist $\varphi < 180^\circ$ bei der unity-gain-Frequenz, aber nicht überall unterhalb dieser Frequenz, so heißt der Regelkreis *bedingt stabil*, weil bestimmte Gesamtverstärkungen $|G(\omega)H(\omega)|$ unity-gain-Frequenzen mit $\varphi = 180^\circ$ erzeugen, so daß das System bei diesen Frequenzen schwingen kann. Bedingt stabile Regler werden aber trotzdem gebaut, wenn man sicherstellen kann, daß die unity-gain-Frequenz sich im Betrieb nicht ändert.

Wie erreicht man nun, daß φ bei der unity-gain-Frequenz kleiner als z.B. 150° ist ?

Mit einem Tiefpaß.

Die Übertragungsfunktion eines Tiefpasses lautet

$$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_P}}, \tag{A.5}$$

mit $s = i\omega$. s wird häufig eingeführt um die Formeln etwas übersichtlicher zu machen. ω_P heißt auch *Eckfrequenz* oder *Polfrequenz* des Tiefpasses, das ist die Frequenz, bei der die Dämpfung

des Tiefpasses 3 dB $\approx \sqrt{2}$ beträgt. Bei einer Übertragungsfunktion der Form (A.5) spricht man allgemeiner auch von einem *Pol* der Übertragungsfunktion, im Gegensatz zu einer *Nullstelle* mit der Übertragungsfunktion

$$H(s) = 1 + \frac{s}{\omega_N}\,. \tag{A.6}$$

Auch komplizierte Übertragungsfunktionen lassen sich aus Kombinationen von Polen und Nullstellen kombinieren (es kommen dann nur noch sog. *komplexe* Pole und Nullstellen hinzu, die eine quadratische Funktion H(s) haben – siehe z.B. die Formel in Abbildung A.11, S. 98).[2]

Aber zurück zum Tiefpaß. In einem Bodediagramm wird die Amplitude einer komplexen Funktion logarithmisch gegen die ebenfalls logarithmisch dargestellte Frequenz aufgetragen. Die Phase wird linear über der gleichen Frequenzachse aufgetragen, so daß man die ganze in der Übertragungsfunktion H(ω) enthaltene Information sehen kann. Abbildung A.2 zeigt das Bodediagramm eines einfachen Tiefpasses.

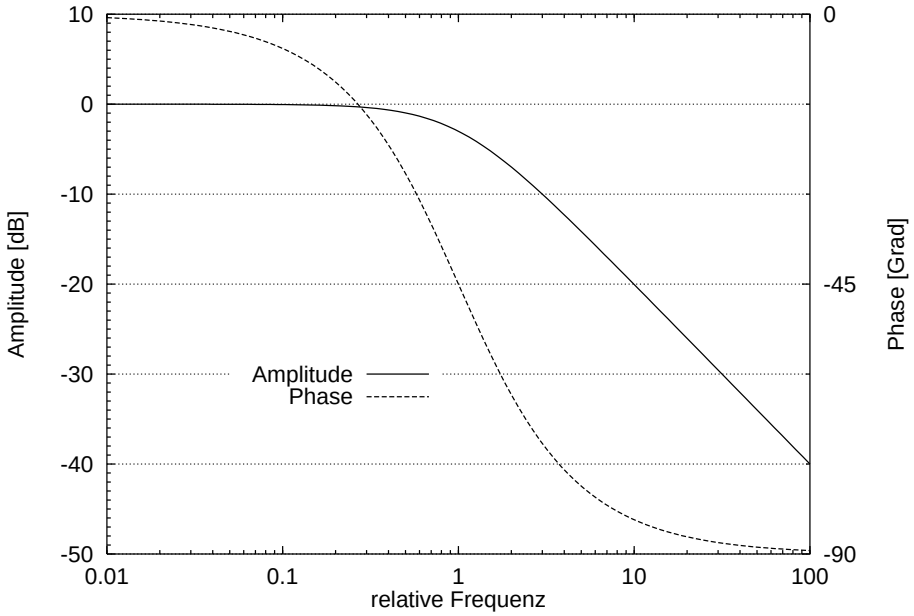


Abbildung A.2: Bodediagramm eines Tiefpasses. Die Skala der Phase ist hier am rechten Rand des Diagramms.

Der Tiefpaß hat in seinem aktiven Bereich (also da, wo er das Signal abschwächt) eine Dämpfung von 20 dB (= Faktor 10) pro Dekade der Frequenz. Die Amplitude fällt also mit 1/f. Mit diesem Amplitudengang geht unvermeidbar eine Phasen*verzögerung* des Signals im aktiven Bereich von 90° einher. Wie man in Abbildung A.2 sieht, ändert sich die Phase nicht so plötzlich, sondern über einen größeren Frequenzbereich.

[2] Eine Anpassung mit Polen und Nullstellen ist möglich, sofern die Übertragungsfunktion nicht zu große Signallaufzeiten aufweist. Solche *delays* verursachen Phasenverzögerungen ohne Amplitudenveränderungen in der Übertragungsfunktion.

Betrachten wir noch einmal den Regler des letzten Abschnitts mit H(s) = 1000. Wir fügen jetzt einen Tiefpaß mit $\omega_P/2\pi = 70\,\mathrm{Hz}$ hinzu (70 Hz, einfach nur so). H(s) sieht also so aus:

$$H(s) = \frac{1000}{1 + \frac{s}{2\pi 70\,\mathrm{Hz}}} \tag{A.7}$$

Betrachten wir jetzt die Gesamtverstärkung der Regleschleife H(s) G(s) (die man auch als *open-loop-gain* bezeichnet) mit G(s) = 1. Abbildung A.3 zeigt das Bodediagramm von H(s) G(s).

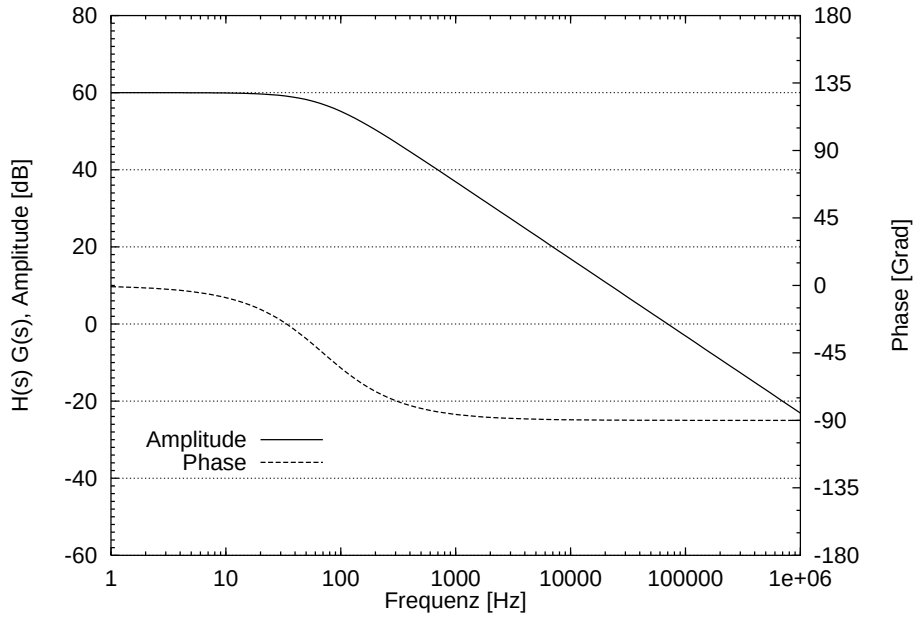


Abbildung A.3: Bodediagramm des open-loop-gain einer Regelung mit Tiefpaß

Man sieht, daß die unity-gain-Frequenz bei 70 kHz liegt, mit einer Phasenreserve von etwa 90°.

Werden wir jetzt realistischer und räumen ein, daß jede physikalische Übertragungsfunktion bei hohen Frequenzen Tiefpässe besitzt, die die Amplitude immer mehr dämpfen und auch die Phase immer weiter verzögern. Auch das G(s) unserer Laserregelung hat Tiefpässe: Ab einer bestimmten Frequenz kann die Ausgangsleistung den Spannungsschwankungen nicht mehr so schnell folgen. Handelt es sich dabei zufällig um einen einfachen Tiefpaß bei z.B. 70 Hz, so brauchen wir unseren zusätzlichen Tiefpaß in H(s) nicht mehr. Wenn wir H(s) = 1000 wählen, dann sieht H(s) G(s) der Regelung wieder aus wie in Abbildung A.3.

Realistischer ist aber, daß G(s) einen weiteren Pol bei z.B. 5 kHz hat. Abbildung A.4 zeigt H(s) G(s) für diesen Fall (H(s) = 1000).

Man erkennt die beiden Tiefpässe in der Form der Kurven. Die unity-gain-Frequenz liegt jetzt bei etwa 20 kHz mit einer Phasenreserve von nur noch ca. 15°. Das ist hart am Rand der Instabilität – dieser Regler wäre ein schlechter Entwurf. Man kann aber die Verstärkung in H(s) verringern,

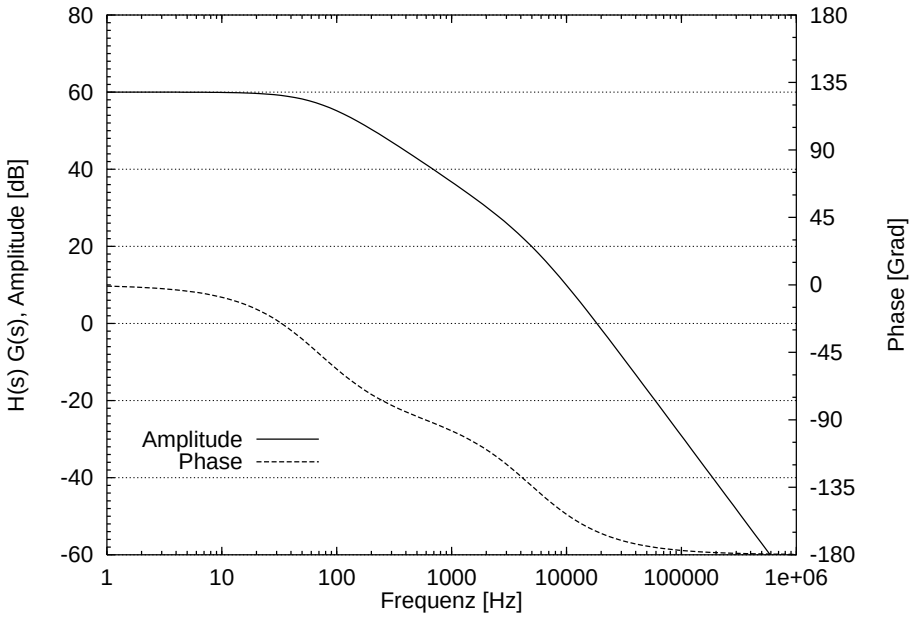


Abbildung A.4: Bodediagramm des open-loop-gain der Regelung mit zwei Tiefpässen in der Regelstrecke

so daß die ganze Amplitudenkurve nach unten wandert. Dadurch verschiebt sich die unity-gain-Frequenz zu einer kleineren Frequenz, und die Phasenreserve vergrößert sich. Der Nachteil dieser Idee ist, daß wir dann weniger Verstärkung (also Unterdrückung von Störungen) bei kleinen Frequenzen haben.

Eine Möglichkeit das zu ändern, ist ein Tiefpaß in H(s). Wir wählen seine Polfrequenz so, daß die Amplitudenkurve des open-loop-gain bereits = 1 ist, bevor die Tiefpässe zu viel „an der Phase gedreht“ haben. Eine mögliche Wahl ist z.B. $\omega_P/2\pi = 0.1\,\text{Hz}$. Abbildung A.5 zeigt das entsprechende H(s) G(s). Die unity-gain-Frequenz liegt etwas unter 100 Hz und die Phasenreserve ist etwa 40°. Man sieht auch das Abfallen der Phase um insgesamt 270° durch die drei Pole der Gesamtfunktion. Hinter der unity-gain-Frequenz (also bei größeren Frequenzen) ist die Phase aber nicht mehr wichtig, solange die Verstärkung deutlich unter 1 bleibt.

Diese Regelung würde so funktionieren, allerdings darf die Gesamtverstärkung des Regelkreises sich nicht mehr vergrößern, da sonst die Phasenreserve noch kleiner wird. Wir haben mit diesem Regler zwar wieder eine Verstärkung von 60 dB bei kleinen Frequenzen, dafür ist die unity-gain-Frequenz aber auch deutlich geringer geworden. Man muß sich also überlegen, in welchem Frequenzbereich die Ünterdrückung von Störungen besonders wichtig ist. Ist die Stabilität der Regelgröße bei DC wichtig, so ist der Entwurf mit dem Tiefpaß in H(s) gut. Ist eine möglichst große Bandbreite der Regelung wichtig (also eine große unity-gain-Frequenz), so ist der Entwurf, der den Tiefpaß in der Regelstrecke nutzt, vorzuziehen.

Beide Ziele lassen sich aber noch deutlich besser erreichen.

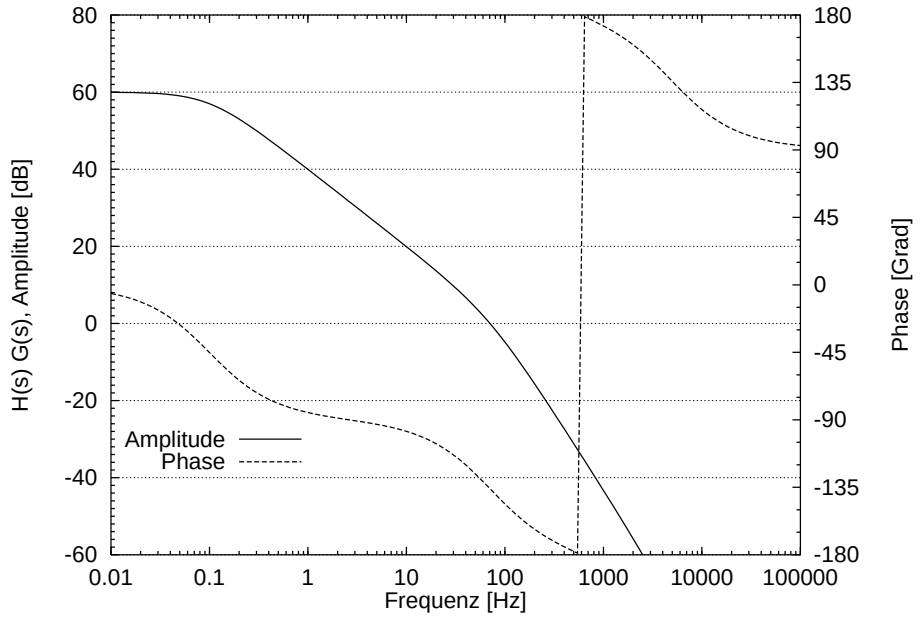


Abbildung A.5: Bodediagramm des open-loop-gain der Regelung mit zwei Tiefpässen in der Regelstrecke und einem Tiefpaß im Regelfilter

Integratoren

Mit einem Integrator in der Filterfunktion H(s) erreicht man im Prinzip unendliche Verstärkung bei DC. Ein Integrator ist im wesentlichen dasselbe wie ein Tiefpaß. Das Augenmerk liegt aber mehr auf dem Verhalten bei immer kleineren Frequenzen. Ein Tiefpaß hat bei Frequenzen kleiner als seine Polfrequenz eine konstante Verstärkung (typischerweise 1), während bei einem Integrator die Verstärkung zu immer kleineren Frequenzen immer weiter mit 1/f ansteigt. Abbildung A.7 auf S. 94 zeigt die elektronische Realisierung eines allgemeinen Integrators. Um einen ganz gewöhnlichen Integrator zu erhalten, entferne man R_3 und ersetze R_2 durch einen Draht. Alle Regler, die eine gute DC-Stabilität der Regelgröße erreichen wollen, benutzen Integratoren.

Differenzierer

Mit einem Differenzierer kann man einen Tiefpaß in der Regelstrecke kompensieren. Eine Differenziererstufe hat in ihrem aktive Bereich eine Steigung der Amplitudenfunktion von f. Abbildung A.8 auf S. 95 zeigt die elektronische Realisierung eines allgemeinen Differenzierers.

Nehmen wir wieder unser Beispiel, in dem G(s) einen Pol bei 70 Hz und einen weiteren Pol bei 5 kHz besitzt. Mit einem Differenzierer der ebenfalls bei 5 kHz einsetzt, können wir den Pol kompensieren, d.h. er verschwindet aus der Übertragungsfunktion. Theoretisch bleibt dann nur der Pol bei 70 Hz, so daß wir im Prinzip die unity-gain-Frequenz jetzt zu viel höheren Frequenzen legen können, indem wir eine sehr große Verstärkung H(s) wählen.

Praktisch ist man aber immer begrenzt:

- G(s) enthält sicher noch weitere Pole bei höheren Frequenzen, die die Phase doch wieder verzögern.
- Der Differenzierer verläßt irgendwann bei großen Verstärkungen seine mit f ansteigende Amplitudenfunktion, da sich immer größere Verstärkungen irgendwann nicht mehr realisieren lassen. Man kann mehrere Differenzierer hintereinanderschalten, muß dann aber u.a. darauf achten, nicht zu viel Rauschen bei höheren Frequenzen einzufügen.

Eine Lösung besteht darin, die unity-gain-Frequenz vor die Eckfrequenz eines solchen weiteren Pols der Übertragungsfunktion G(s) zu setzen. Weiterhin ist es sinnvoll, den Differenzierer bei Frequenzen über der unity-gain-Frequenz abzufangen, d.h. seine Amplitudenfunktion dort wieder flach zu machen, wo man ihren Anstieg nicht mehr braucht.

Integratoren und Differenzierer lassen sich auch gemeinsam in der Regelung benutzen, man muß dann nur den Integrator „spätestens“ bei der Frequenz des ersten Pols von G(s) abfangen. (Man kann ihn später abfangen, um noch mehr Verstärkung bei kleinen Frequenzen zu erreichen, erhält aber dann einen bedingt stabilen Regelkreis.) Abbildung A.6 zeigt den open-loop-gain H(s) G(s) und die Übertragungsfunktion des Regelfilters H(s) des so erweiterten Regelkreises.

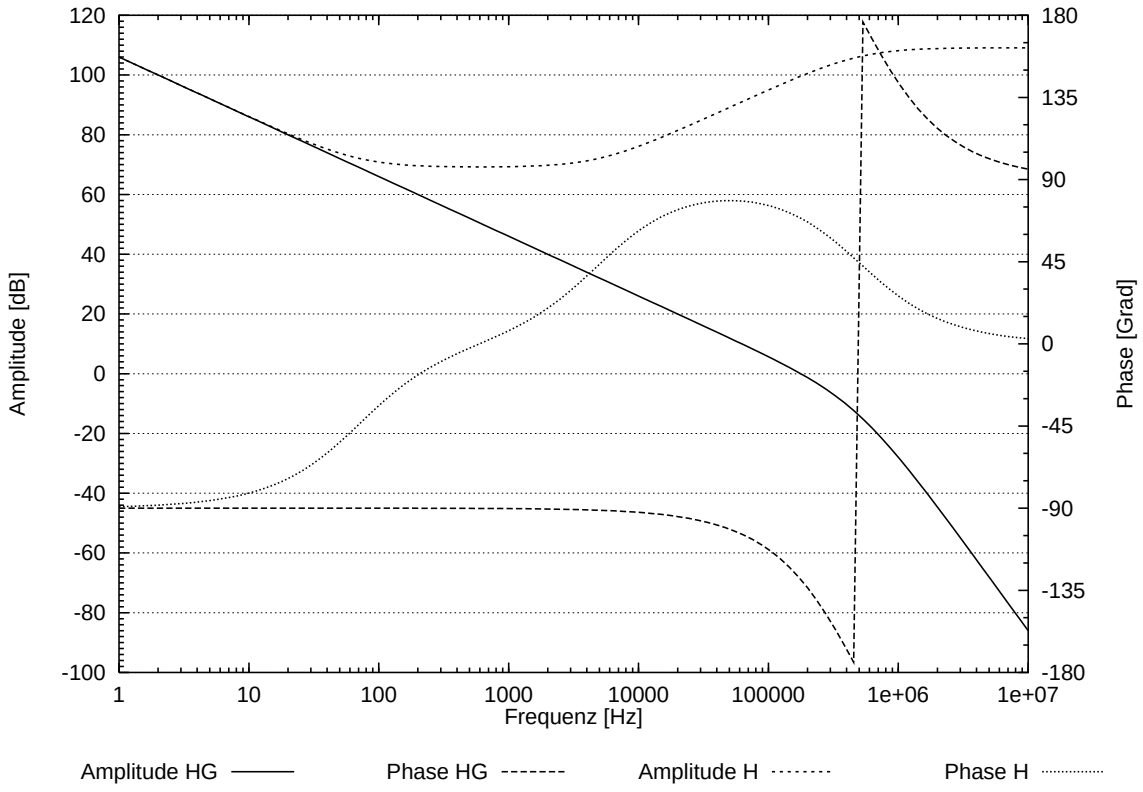


Abbildung A.6: Bodediagramm des open-loop-gain der Regelung mit Integrator und Differenzierer

H(s) besteht jetzt aus einem bei 70 Hz abgefangenen Integrator und einem transienten Differenzierer (siehe S. 95) von 5 kHz bis 500 kHz. G(s) besteht aus dem Pol bei 70 Hz, einem Pol bei 5 kHz

und einem Pol bei 500 kHz, der den Einsatz des Differenzierers begrenzt. Die Verstärkung von H(s) ist so eingestellt, daß die unity-gain-Frequenz des open-loop-gain H(s) G(s) bei etwa 200 kHz liegt, mit einer Phasenreserve von etwa 45°. Wenn man will, kann man diesen Regler als PID-Regler bezeichnen (in vielen Lehrbüchern als Abkürzung für *Proportional, Integral, Differentiell* verwendet). Allerdings ist die mögliche Komplexität von Regelfiltern damit nicht erschöpft.

A.1.3 Einige Anhaltspunkte zum Reglerentwurf

Das in den vorigen Abschnitten gezeigte Beispiel führt zu verschiedenen Aspekten und Vorgehensweisen beim Entwurf von Regelungen:

- Man verschaffe sich die Übertragungsfunktion der Regelstrecke G(s) durch eine Messung mit einem Netzweranalysator. (Das wird in der Regel die Übertragungsfunktion von X nach B in Abbildung A.1 sein, da man einen Sensor für die Größe A braucht.)
- Eventuell paßt man ein Modell mit (komplexen) Polen und Nullstellen an die gemessene Übertragungsfunktion an (z.B. mit LISO).
- Ein ganz allgenmeiner Ansatz zum Entwurf einer Regelung ist dann, die Filterfunktion H(s) so zu wählen, daß H(s) G(s) = 1 ist. Das bedeutet, daß man für jeden Pol in G(s) eine Nullstelle bei gleicher Frequenz in H(s) einfügt und ebenso einen Pol für jede Nullstelle. Für eine funktionierende Regelung genügt dann ein zusätzlicher Integrator (und eine passend eingestellte Gesamtverstärkung). Bei diesem Ansatz muß man aber genau prüfen, welche Auswirkungen ein sich veränderndes G(s) hat.
- Hat G(s) nur einfache Pole, wie in dem Laser-Beispiel, so hat man für eine einfache Regelung immer die Möglichkeit, die unity-gain-Frequenz kleiner als die Frequenz des zweiten Pols von G(s) zu wählen. Dazu bestimmt man die Frequenz ω, bei der die Phase von G(s) z.B. -135° ist, und stellt die Verstärkung in H(s) so ein, daß die unity-gain-Frequenz gleich ω ist. Benutzt man Differenzierer, so kann man (wie wir gesehen haben) die unity-gain-Frequenz weiter erhöhen. In beiden Fällen kann man zusätzlich einen (abgefangenen) Integrator benutzen.
- Besitzt G(s) einen komplexen Pol, so muß man etwas mehr aufpassen. G(s) kann dann z.B. wie die Übertragungsfunktion mit Q=5 in Abbildung A.11, S. 98 unten rechts aussehen. Diese Funktion kann z.B. bei einer mechanischen Resonanz in der Regelstrecke auftreten. Hier legt man die unity-gain-Frequenz entweder deutlich vor die Resonanz, so daß der „Peak“ in der Übertragungsfunktion immer unterhalb 0 dB bleibt. Oder man legt sie deutlich hinter die Resonanz, so daß die Verstärkung unterhalb der unity-gain-Frequenz überall größer als 1 ist. Die dritte Möglichkeit besteht in der bereits genannten Methode, die Übertragungsfunktion ganz zu kompensieren (in diesem Fall z.B. mit einem sog. *Biquadratischen* Filter).
- Für jeden Reglerentwurf ist es sinnvoll, das entworfene H(s) mit G(s) multipliziert im Bodediagramm zu plotten. In dieser Darstellung des open-loop-gain (und der Phase) kann man dann die unity-gain-Frequenz und Phasenreserve bestimmen.

- Hat man Resonanzen in der Regelstrecke über der unity-gain-Frequenz, so kann es notwendig sein, diese mit einem *Notchfilter* zu unterdrücken, vielleicht reicht dazu aber auch ein doppelter Tiefpaß (siehe Abbildung A.11, S. 98).

Es gibt auch Regelungen, die nicht bei DC arbeiten sollen, wie z.B. die lokalen Regelungen der Doppelpendel (siehe S. 37). Diese haben eine zweite unity-gain-Frequenz bei einer kleineren Frequenz, für die sinngemäß auch die Phasenbedingung gilt. Hier ist aufgrund der notwendigen Differenziererstufen die Phase bei der unteren unity-gain-Frequenz voreilend. Die Phasenreserve (also die Phasendifferenz zu 180°) ist wieder größer als z.B. 30° einzustellen.

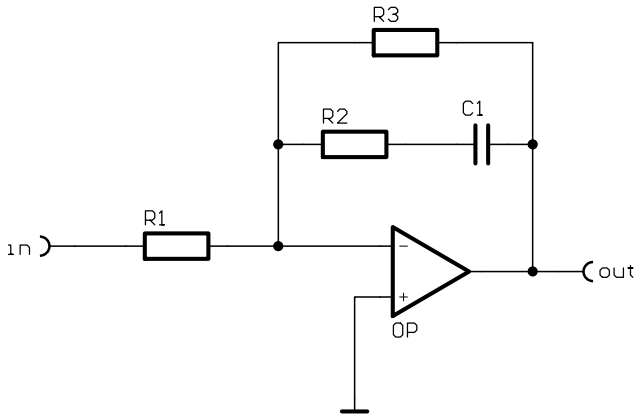
A.2 Elektronische Filter

Jede der folgenden Seiten dieses Abschnitts beschreibt *ein* elektronisches Filter. Auf eine kurze Vorstellung des Filters und seiner Anwendung in Regelungen folgt der Schaltplan, die Übertragungsfunktion mit Polen und Nullstellen und der Zusammenhang der Bauteilwerte mit den Eckfrequenzen der Schaltung. In der linken unteren Ecke werden jeweils Beispiele für den asymptotischen (schematischen) Frequenzgang gezeigt und unten rechts der entsprechende exakte Frequenz- und Phasengang.

Für alle etwas komplexeren Filter (z.B. A.2.3 bis A.2.5) empfiehlt sich die Dimensionierung mit einem Simulationsprogramm. Verwendet man dazu LISO (beschrieben z.B. in [14]), hat man insbesondere die Möglichkeit, die Bauteilwerte automatisch an einen gewünschten Frequenz- und Phasengang anzupassen und kann gleichzeitig auch z.B. das Rauschen der Schaltung minimieren oder mit einer weiteren Funktion von LISO ihre Stabilität untersuchen.

A.2.1 Transienter Integrator

Ein transienter (oder auch *abgefangener*) Integrator zeichnet sich durch einen Pol und eine Nullstelle der Übertragungsfunktion aus. Er stellt einen Tiefpaß dar, bei dem aber die Verstärkung zu hohen Frequenzen hin nicht gegen Null, sondern gegen einen festen Wert größer als Null geht. Er wird in vielen Regelungen verwendet und dient dazu, die Regelverstärkung zu kleinen Frequenzen zu erhöhen. Das Abfangen zu hohen Frequenzen mit R_2 kann unterbleiben, wenn der Phasengang bei höheren Frequenzen keine Rolle mehr spielt, z.B. weil die unity-gain-Frequenz im f^{-1}-Bereich des Integrators liegt. Das Abfangen mittels R_3 zu kleinen Frequenzen kann ebenfalls unterbleiben. Man erhält dann im Prinzip unendliche (nur durch den OP begrenzte) Verstärkung bei DC, also keine Regelabweichung mehr. Diese Konfiguration kann aber größere Nichtlinearitäten beim Einschalten erzeugen, wenn der Kondensator ganz aufgeladen war und muß deshalb mit Vorsicht angewendet werden. Die beiden Abbildungen unten auf dieser Seite zeigen zwei verschiedene Entwürfe für dieses Filter.



$H(s) = \frac{\left(1+\frac{s}{\omega_N}\right)}{\left(1+\frac{s}{\omega_P}\right)}$ $\omega_P < \omega_N$	$\omega_P R_3 C_1 = 1$ $\omega_N R_2 C_1 = 1$

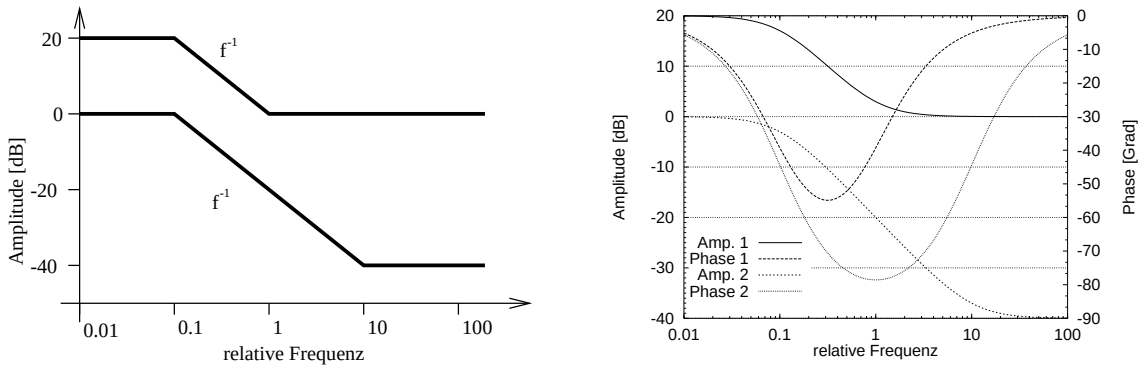
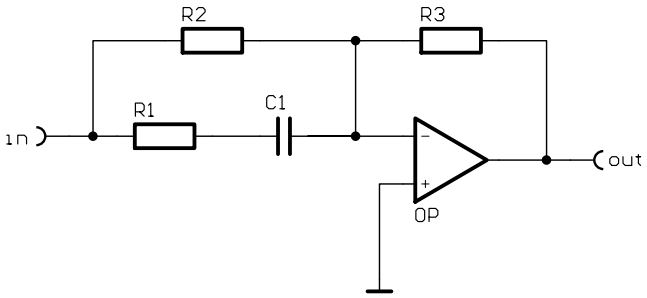


Abbildung A.7: Transienter Integrator.

A.2.2 Transienter Differenzierer

Ein transienter (oder auch *abgefangener*) Differenzierer hat eine Nullstelle und einen Pol in der Übertragungsfunktion. Er stellt einen Hochpaß dar, bei dem aber die Verstärkung zu kleinen Frequenzen hin nicht gegen Null, sondern gegen einen festen Wert größer als Null geht. Er wird in Regelungen verwendet um z.B. hinter einer Resonanz des Stellelementes die Phasenverzögerung durch die Resonanz teilweise zu kompensieren. Auf diese Weise kann die unity-gain-Frequenz der Regelung zu größeren Frequenzen gelegt werden. Das Abfangen zu hohen Frequenzen mit R_1 ist immer notwendig, da man sonst sehr viel Rauschen bei großen Frequenzen einfügt. Das Abfangen mittels R_2 zu kleinen Frequenzen hin, kann unterbleiben, wenn man bei kleinen Frequenzen (insbesondere bei DC) nicht mehr regeln will. In diesem Fall erhält man eine weitere unity-gain-Frequenz im Regelkreis. Unten auf dieser Seite sind wieder zwei Entwürfe gezeigt.



$H(s) = \frac{\left(1+\frac{s}{\omega_N}\right)}{\left(1+\frac{s}{\omega_P}\right)}$ $\omega_N < \omega_P$	$\omega_N R_2 C_1 = 1$ $\omega_P R_1 C_1 = 1$

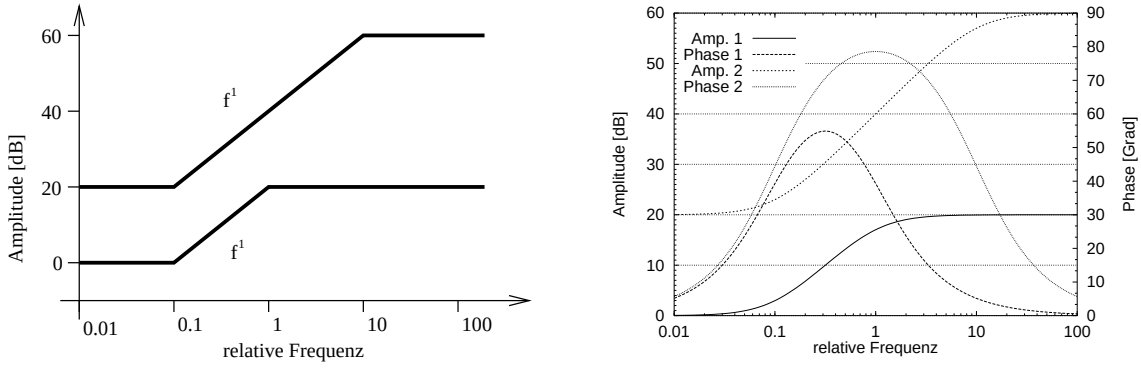
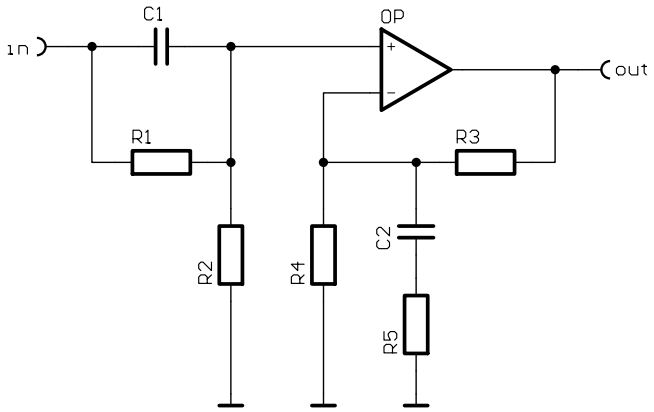


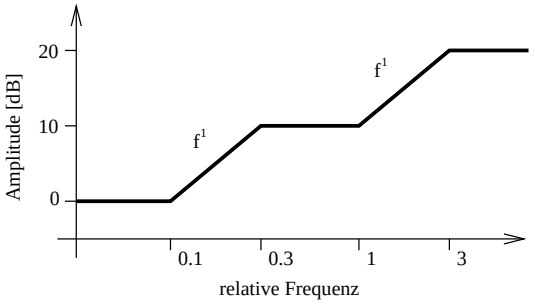
Abbildung A.8: Transienter Differenzierer.

A.2.3 $f^{1/2}$-Filter

Ein $f^{1/2}$-Filter zeichnen sich durch zwei hintereinandergeschaltete Nullstellen / Polpaare aus (also zwei transiente Differenzierer), wobei die Eckfrequenzen der Paare sich um *eine* Dekade unterscheiden und die Nullstellen von den nachfolgenden Polfrequenzen um eine *halbe* Dekade. $f^{1/2}$-Filter können bei Stellelementen mit 180° Phasenverschiebung hinter einer mechanischen Resonanz benutzt werden. Die Phase wird dann um ca. 40° zurückgedreht, wodurch man die unity-gain-Frequenz hinter die Resonanz legen kann. Dabei hat man den Vorteil, daß die Unterdrückung im Regelkreis zu kleinen Frequenzen schneller ansteigt als bei einer einfachen Differenziererstufe.



$H(s) = \frac{\left(1+\frac{s}{\omega_1}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_2}\right)}{\left(1+\frac{s}{\sqrt{10}\omega_1}\right)\left(1+\frac{s}{\sqrt{10}\omega_2}\right)}$	$\omega_1 R_1 C_1 = 1$ $\omega_2 R_4 C_2 = 1$ $R_2 = R_1/(\sqrt{10}-1) \approx 0.4625 R_1$ $R_3 = R_4(\sqrt{10}-1) \approx 2.162 R_4$ $R_5 = R_4/\sqrt{10} \approx 0.3162 R_4$



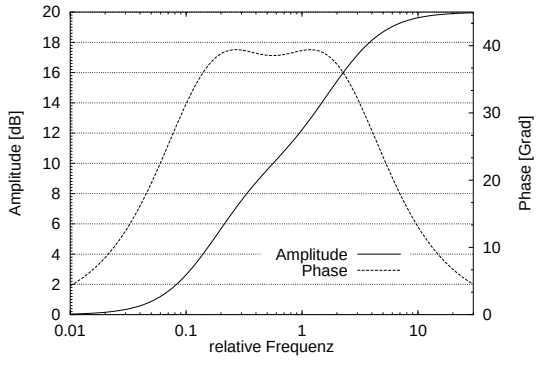
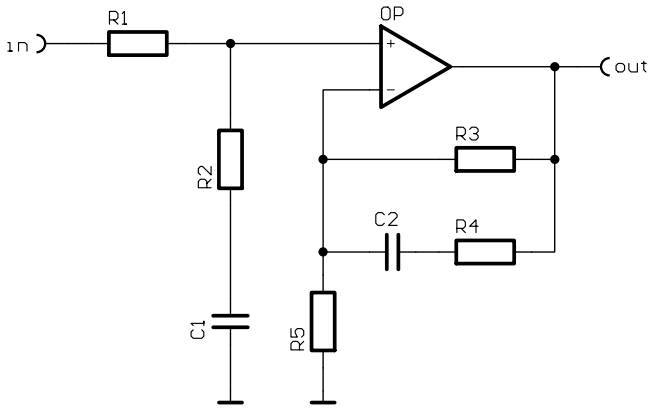


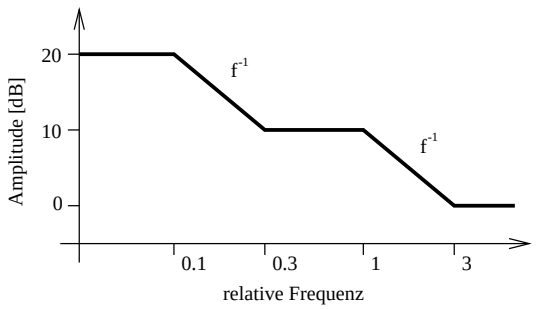
Abbildung A.9: $f^{1/2}$-Filter.

A.2.4 $f^{-1/2}$-Filter

Das $f^{-1/2}$-Filter besteht aus zwei hintereinandergeschalteten Pol / Nullstellenpaaren (also zwei transienten Integratoren), wobei die Eckfrequenzen der Paare sich wieder um *eine* Dekade unterscheiden und die Pol- von den nachfolgenden Nullstellenfrequenzen um eine *halbe* Dekade. $f^{-1/2}$-Filter können z.B. in bereits existierende Regelkreise mit einem Integrator eingebaut werden, um zusätzliche Verstärkung bei kleinen Frequenzen zu erreichen. Dies ist möglich, wenn die Phasenreserve der Regelung ohne $f^{-1/2}$-Filter nicht viel kleiner als 90° war (für unbedingt stabile Regler). Die Phase der Transferfunktion wird dann von einem $f^{-1/2}$-Filter um ca. 40° zusätzlich verzögert, was aber immernoch einen stabilen Regler ergibt.



$H(s) = \frac{\left(1+\frac{s}{\omega_1}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_2}\right)}{\left(1+\frac{\sqrt{10}s}{\omega_1}\right)\left(1+\frac{\sqrt{10}s}{\omega_2}\right)}$	$\omega_1 R_2 C_1 = 1$ $0.9(\sqrt{10}+1)\omega_2 R_5 C_2 = 1$ $R_1 = R_2(\sqrt{10}-1) \approx 2.162 R_1$ $R_3 = 9R_5$ $R_4 = 9R_5/\sqrt{10} \approx 2.846 R_5$



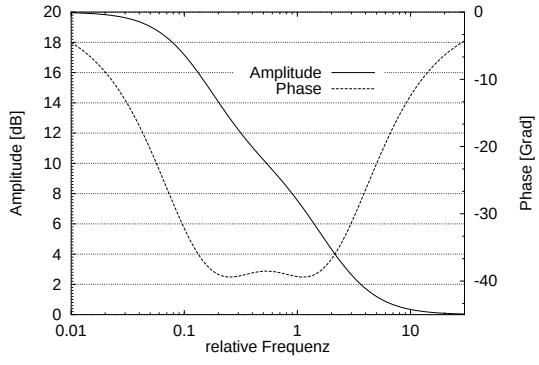
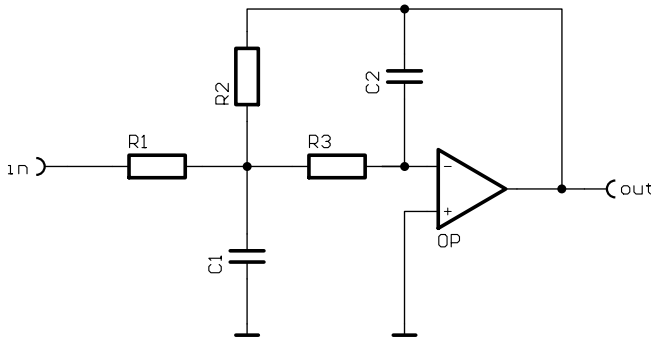


Abbildung A.10: $f^{-1/2}$-Filter.

A.2.5 Zweipoliger Tiefpaß

Ein zweipoliger Tiefpaß kann in Regelungen zur Unterdrückung von Störungen oberhalb der unity-gain-Frequenz eingesetzt werden. Dies ist insbesondere in Regelungen nützlich, die Differenziererstufen enthalten, da diese das Rauschen bei höheren Frequenzen erhöhen. Mit der hier dargestellten Schaltung lassen sich auch verschiedene Verstärkungen bei DC einstellen. In Regelungen muß man darauf achten, wieviel zusätzliche Phasenverzögerung bei der unity-gain-Frequenz man durch einen Tiefpaß einführt. Für die Dimensionierung ist ein einfaches Beispiel angegeben, bei dem Widerstände und Kondensatoren im angegebenen Verhältnis stehen.

In den Diagrammen unten auf dieser Seite sind die Frequenzgänge dieses Filters für zwei verschiedene Werte von Q dargestellt.



$H(s) = \dfrac{1}{\left(1+\frac{s}{\omega Q}\right)\left(1+\frac{s^2}{\omega^2}\right)}$	$C_1 = 10C_2 =: C$ $R_1 = R_2 = R_3 =: R$ $\omega = 1/(\sqrt{10}RC)$ $Q = \sqrt{10}/3 \approx 1.054$

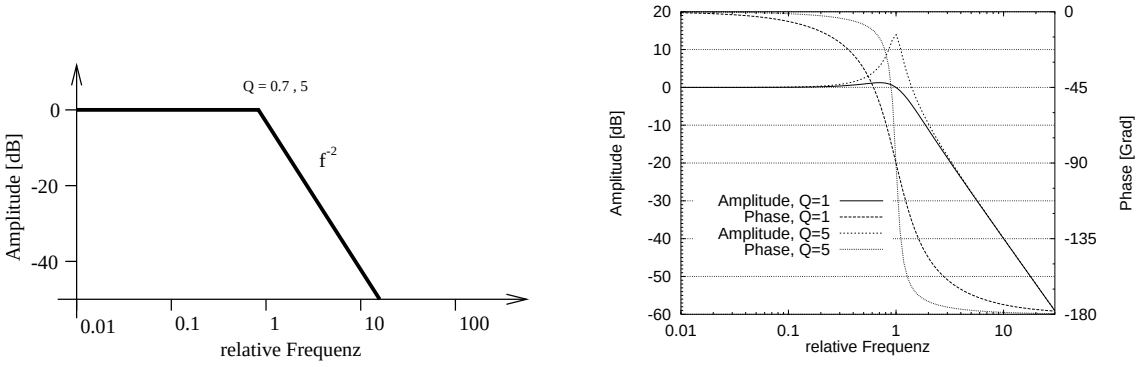


Abbildung A.11: Zweipoliger Tiefpaß.

Anhang B

Auszüge aus den Schaltplänen

B.1 Strahlumlenker

Abbildung B.1 zeigt die Eingangsstufen, Dividierer und Komparatoren des Regelkreises für die Strahlumlenker. Die Eingangsstufen sind Differenzverstärker für die Signale X, Y und die Summe. Jedes dieser Signale hat einen einstellbaren Offset, das Summensignal hat zusätzlich eine einstellbare Verstärkung. Trimmer P1 wird so eingestellt, daß an den Dividierern (N1, N3) eine Spannung von 10 V zwischen Pin 6 und 7 liegt. Mit dem CMOS-Schalter N34 kann der Kondensator C88 entladen werden, der sich beim automatischen Hochfahren der Verstärkung im Regelkreis innerhalb von ca. 100 ms wieder auf 10 V auflädt. Mit den Schaltern N18 und N19 können die Dividierer (auch computergesteuert über externe Logikeingänge) aus den Kanälen X und Y herausgeschaltet werden. Die Komparatoren N5 und N6 vergleichen das Summensignal (NENNER) mit einem Minimal- und Maximalwert und stellen digitale Signale zur Verfügung.

Abbildung B.2 zeigt die Regelfilter mit Verstärkern und Addierern. Die Kondensatoren der Integratoren werden bei offenem Regelkreis von CMOS-Schaltern entladen. Die Anordnung von Verstärker, Addierer und nachfolgendem Inverter ist für jede Regelung nützlich. In den Addierer kann man Testsignale zur Messung closed-loop-Transferfunktion einspeisen, der Inverter dient der einfachen Auswahl des richtigen Vorzeichens in der Regelung mit einem Schalter.

Abbildung B.3 zeigt schließlich Bereichsbegrenzer, Abschaltlogik und die Stromtreiber für die Galvanometerscanner. Die Reglekreise lassen sich in drei Modi schalten: –aus, –ein, mit automatischer Abschaltung falls der Nenner zu groß oder zu klein wird, und –ein, ohne automatische Abschaltung. Die Stromtreiber benutzen Leistungoperationsverstärker (L165) und haben eine der Induktivität der Scanner angepaßt Kompensation des Frequenzgangs. Der exakte Strom durch die Spulen der Scanner kann mit Instrumentenverstärkern über die Spannung an einem Serienwiderstand gemessen werden.

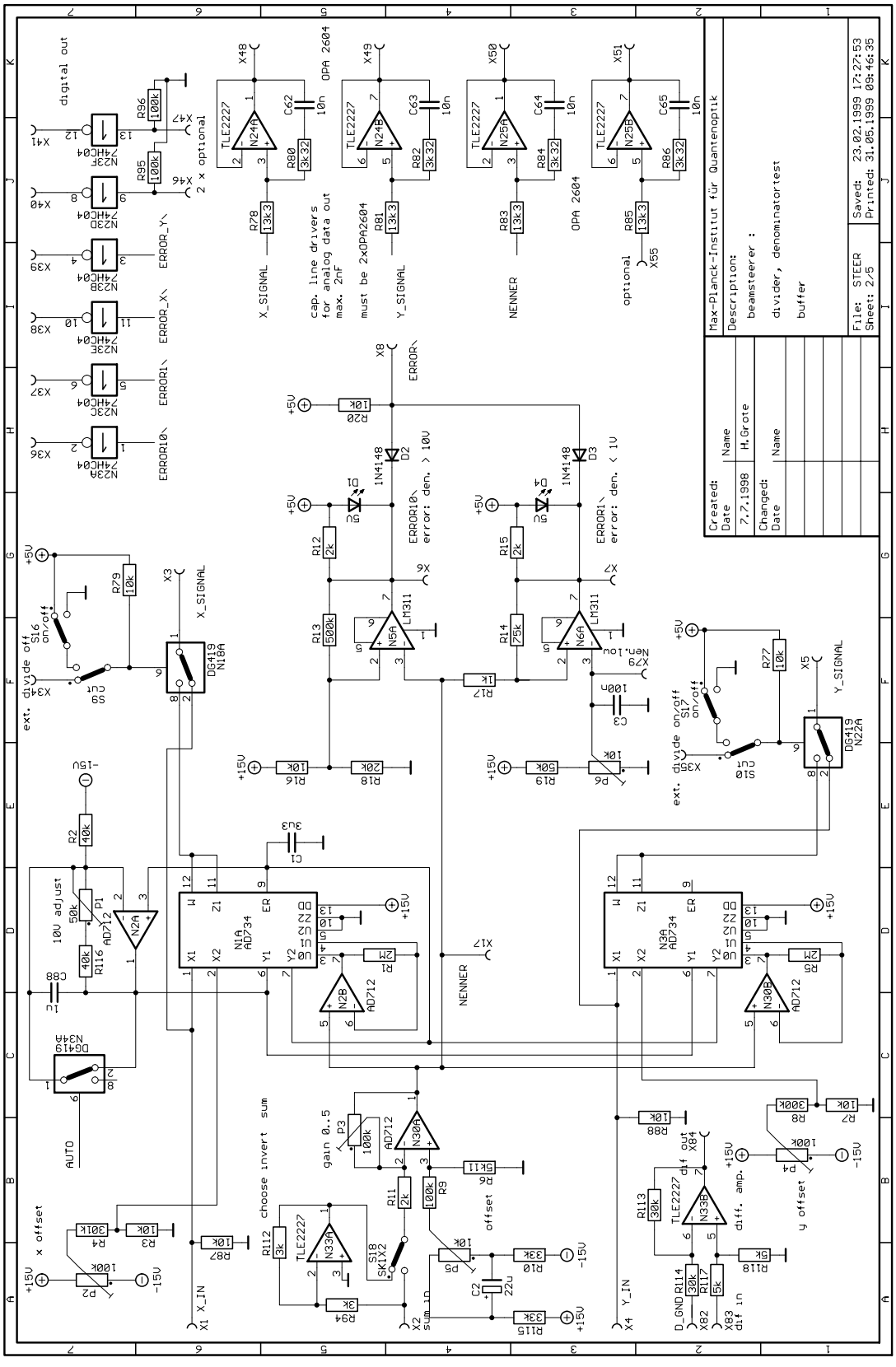


Abbildung B.1: Strahlumlenker: Eingangsstufen mit Dividierern und Komparatoren

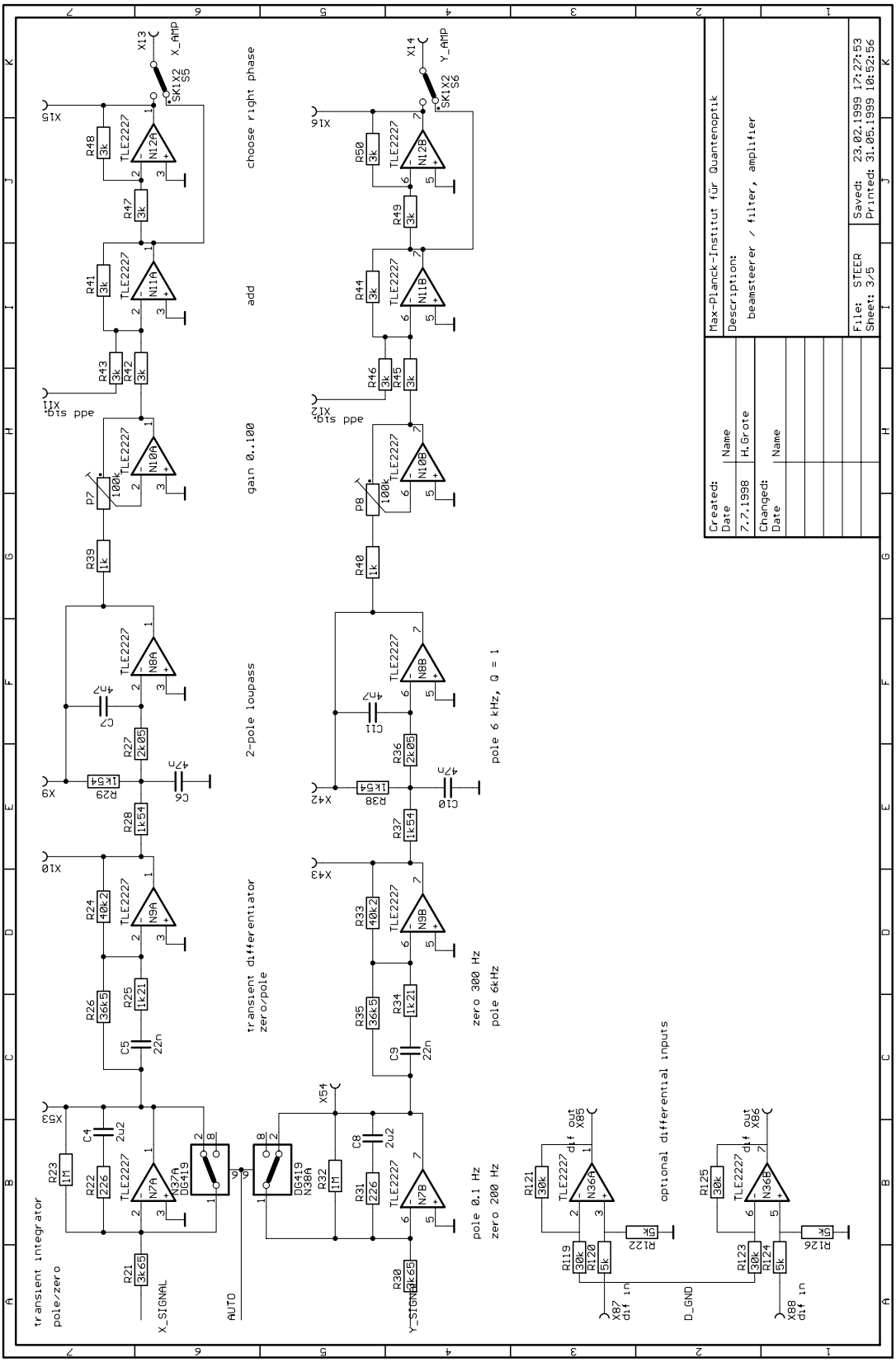


Abbildung B.2: Strahlumlenker: Regelfilter, Verstärker und Addierer

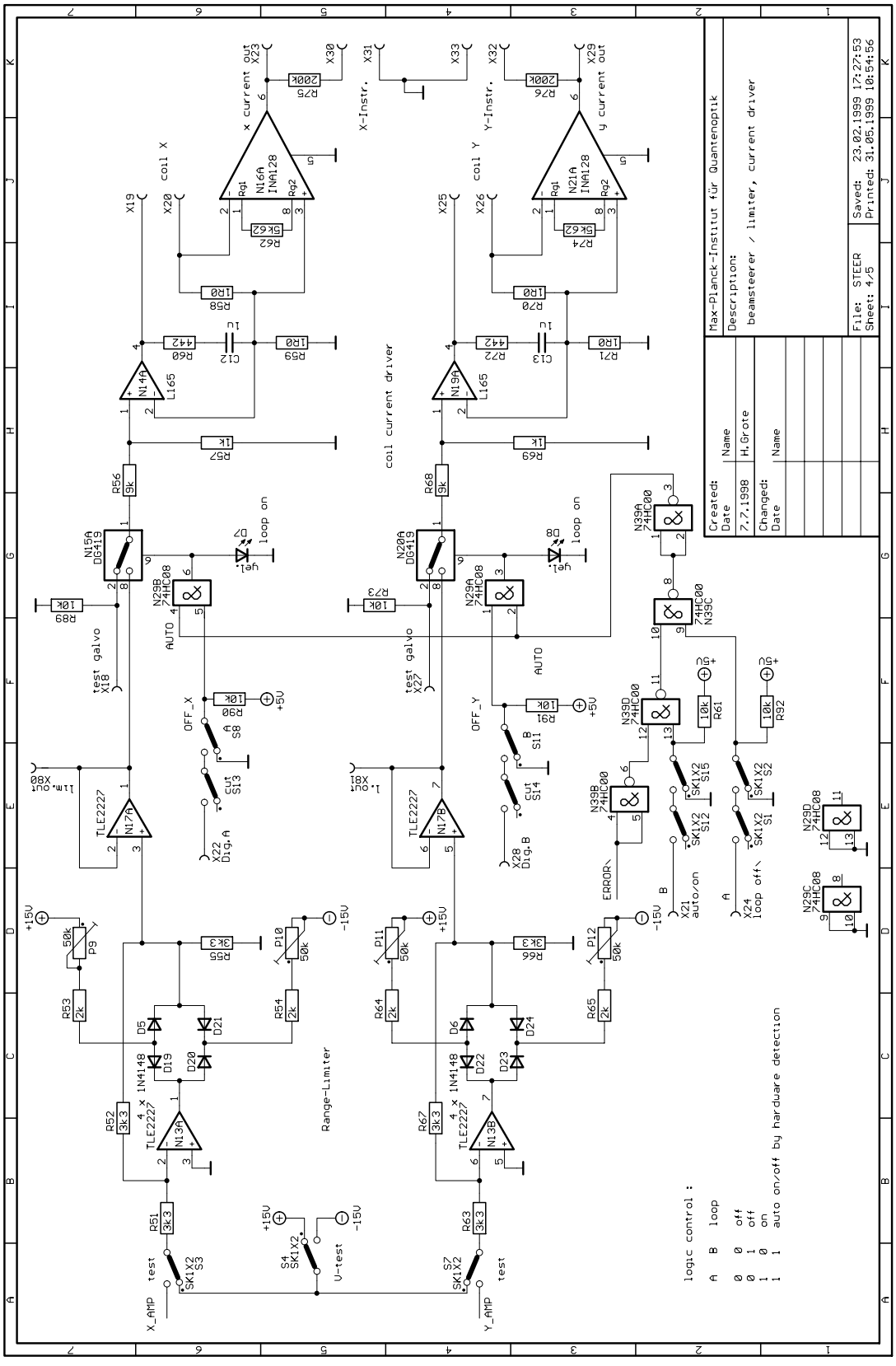


Abbildung B.3: Strahlumlenker: Bereichsbegrenzer, Abschaltlogik und Stromtreiber

B.2 Quadrantenkameras

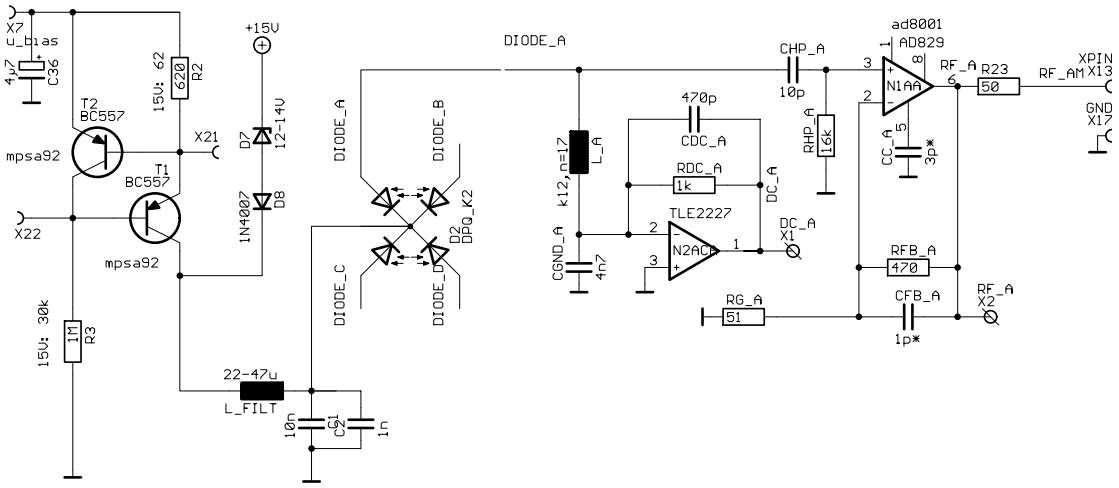


Abbildung B.4: Quadrantenkameras: Strombegrenzung, DC- und AC-Pfad. Für Gegenspannungen an der Quadrantendiode über ca. 40 V werden Transistoren vom Typ MPSA 92 benutzt, die bis ca. 300 V arbeiten. Die beiden Dioden am Kollektor von T1 sorgen dafür, daß die Quadranten der Diode nicht in Durchlaßrichtung betrieben werden können, indem die Gegenspannung immer positiv gehalten wird.

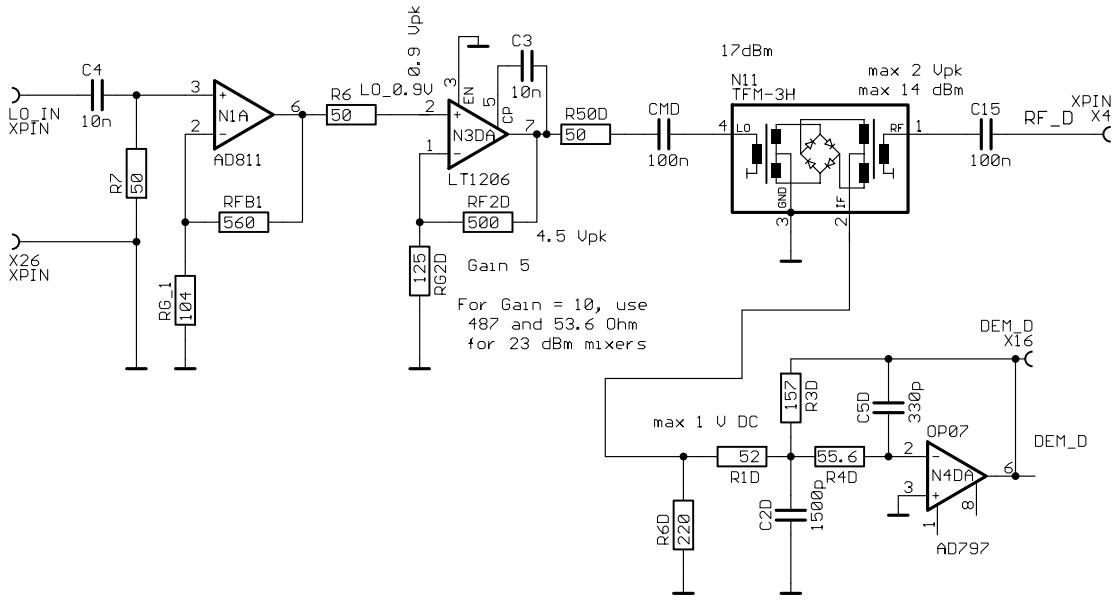


Abbildung B.5: Quadrantenkameras: Demodulation. Die Vorverstärkung des Lokaloszillator-Signals mit N1A ist für alle vier Treiberstufen gemeinsam (nur eine Treiberstufe mit einem LT1206 ist gezeichnet). Unten im Bild ist der zweipolige Tiefpaß dargestellt, der eine Eingangsimpedanz von 50 Ω hat.

B.3 Autoalignment

Abbildung B.6 zeigt eine beim Autoalignment und auch bei den Strahlumlenkern verwendete Schaltung. An den Eingang jeweils einer Gleichrichterstufe werden die Fehlersignale jedes Regelkanals geführt. Das gleichgerichtete Ausgangssignal wird von einem Komparator mit einem einstellbaren Schwellwert verglichen. Der Komparator steuert eine LED an, die somit Schwingungen der Regelgröße bzw. zu große Abweichungen vom Sollwert anzeigt.

Abbildung B.7 zeigt die Eingangsstufen, Dividierer, Komparatoren und die Schaltung zur Orthogonalisierung der Fehlersignale des Autoalignments. Die Eingangsstufen sind, wie im Fall der Strahlumlenker, Differenzverstärker mit nachgeschalteter Offseteinstellung. Dividierer und Komparatoren sind ebenfalls ähnlich zu der Schaltung der Strahlumlenker aufgebaut.

Die Einheit zur Orthogonalisierung der Fehlersignale bildet von den beiden auf einer Platine zur Verfügung stehenden Signalen jeweils das invertirte Signal. Es folgen zwei Addierer für jeden Kanal, bei denen zwei Eingänge die Verstärkung 1 haben und ein weiterer Eingang eine mit einem Trimmer einstellbare Verstärkung. Die Signale können hier je nach der erforderlichen Bildung der Linearkombinationen von den Ausgängen auf die Eingänge der Summierer verdrahtet werden. Der dritte Eingang der Summierer dient der Einspeisung von Testsignalen zum Messen der closed-loop-Transferfunktion.

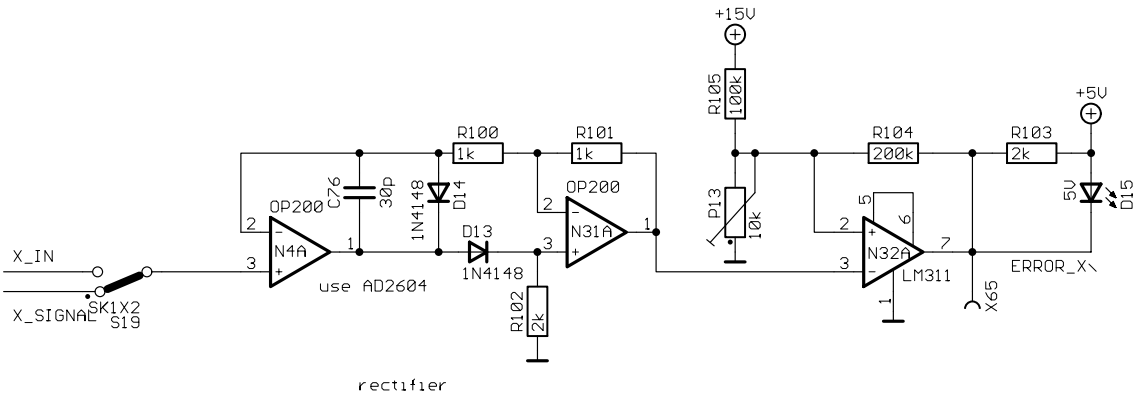


Abbildung B.6: Gleichrichter mit Komparator zur Kontrolle der Fehlersignale

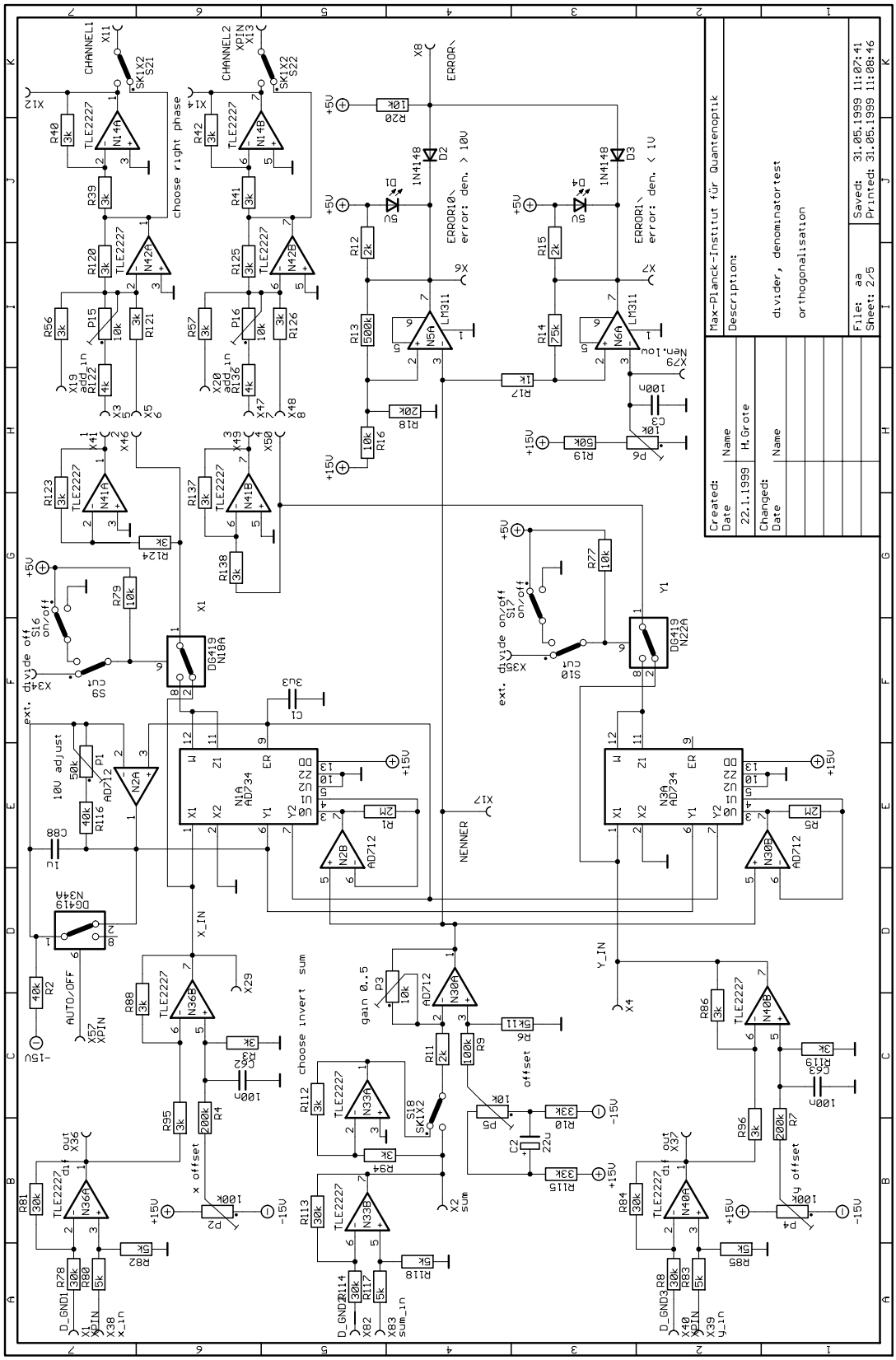


Abbildung B.7: Autoalignment: Eingangsstufen mit Dividierern, Komparatoren und Orthogonalisierung

Abbildungsverzeichnis

1.1 Optische Resonatoren bestehend aus zwei und drei Spiegeln 3

1.2 Phasorendiagramm des resonanten und verstimmten Falls eines Resonators . . . 5

1.3 Normierte Leistungen in Abhängigkeit von der Verstimmung eines Resonators . . 7

1.4 Reflektierte Leistung mit drei Spiegelreflektivitäten als Parameter 7

1.5 Messung des Winkels zwischen Wellenfronten mit einer geteilten Photodiode . . 13

1.6 Parallelverschiebung eines Gauß´schen Strahls an der Taille 14

1.7 Strahlverkippung eines Gauß´schen Strahls an der Taille 15

2.1 Schema der Autoalignment-Komponenten für einen Modecleaner 26

2.2 Strahlengang im optimal ausgerichteten GEO 600 Modecleaner 28

2.3 Strahlengang bei Verkippung von Spiegel A (stark übertrieben) 28

2.4 Phasenverschiebung der Autoalignment-Fehlersignale 32

2.5 Anordnung der Linsen im Strahlengang zur fernen Kamera 34

2.6 Ergebnisse der Berechnung des Linsensystems für die ferne Quadrantenkamera. . 35

2.7 Prinzip der Doppelpendelaufhängung eines Modecleanerspiegels 36

2.8 Anordnung von Lichtschranke und Spule mit Magnet an den Mittelmassen 37

2.9 Elektronische Transferfunktion des langsamen Eingangs der lokalen Regelung . . 38

2.10 Elektronische Transferfunktion des schnellen Eingangs der lokalen Regelung . . 39

2.11 Transferfunktion des langsamen Eingangs zur Rotation des Spiegels 40

2.12 Entwurfsfrequenzgang für Regelung mit $f^{-1/2}$-Filter 41

2.13 Crossover zwischen langsamem und schnellem Eingang der lokalen Regelung . . 42

2.14 Entwurfsfrequenzgang mit vier Differenzierern 43

2.15 Projektierte open-loop-Transferfunktion 44

3.1 Transferfunktion eines G 102-Galvanometer-Scanners 47

3.2 Resonanzfrequenzen der Galvanometerscanner 48

3.3 Entwurfsfrequenzgang der Regelfilter für die Strahlumlenker 49

3.4 Transferfunktion des Regelfilters für die Strahlumlenker 50

3.5 Open-loopTransferfunktion, berechnet aus der gemessenen closed-loop 51

3.6 Position des Strahls auf der Quadrantendiode bei Ein- und Ausschalten der Regelung 52

3.7 Beschaltung der Photodioden für einen Quadranten 53

3.8 Verarbeitung der DC - Signale in der Kamera 55

3.9 Verarbeitung der AC - Signale in der Kamera 55

3.10 Rauschmessung mit weißem Licht – zwei Quadrantendioden im Vergleich. . . . 58

3.11 Anpassung eines Modells an die Rauschmessungen der Centronics-Diode 59

3.12 Ersatzschaltbild des Photodioden- Resonazkreises 59

3.13 Transferfunktion eines Resonzkreises der Quadrantenkamera 61

3.14 Demodulation des Photostromes 62

3.15 Autotransformator mit Pockelszelle als Last 66

3.16 Eingangsimpedanz der resonanten Pockelszellenansteuerung mit Autotransformator 67

3.17 Prinzip eines Balun-Transformators 69

3.18 Eingangsimpedanz der Ansteuerung mittels Resonanzleitung 69

3.19 Schematischer Aufbau der resonanten Pockelszellen-Ansteuerung 70

3.20 Transferfunktion der resonanten Pockelszellenansteuerung 71

4.1 Transferfunktionen für zwei verschiedene Verstärkungen der lokalen Regelung . 77

4.2 Spektrale Dichte der Bewegung des Referenzstrahls auf der Quadrantendiode . . 78

4.3 Spektrale Dichte der vertikalen Verkippung von Spiegel B 79

A.1 Prinzip einer Regelung 84

A.2 Bodediagramm eines Tiefpasses 87

A.3 Bodediagramm des open-loop-gain einer Regelung mit Tiefpaß 88

A.4 Bodediagramm des open-loop-gain der Regelung mit zwei Tiefpässen 89

A.5 Noch ein Bodediagramm des open-loop-gain der Regelung 90

A.6 Bodediagramm des open-loop-gain einer Regelung mit Integrator und Differenzierer 91

A.7 Transienter Integrator. 94

A.8 Transienter Differenzierer. 95

A.9 $f^{1/2}$-Filter. 96

A.10 $f^{-1/2}$-Filter. 97

A.11 Zweipoliger Tiefpaß 98

B.1 Strahlumlenker: Eingangsstufen mit Dividierern und Komparatoren 100

B.2 Strahlumlenker: Regelfilter, Verstärker und Addierer 101

B.3 Strahlumlenker: Bereichsbegrenzer, Abschaltlogik und Stromtreiber 102

B.4 Quadrantenkameras: Strombegrenzung, DC- und AC-Pfad 103

B.5 Quadrantenkameras: Demodulation 103

B.6 Gleichrichter mit Komparator zur Kontrolle der Fehlersignale 104

B.7 Autoalignment: Eingangsstufen mit Dividierern, Komparatoren, $\cdots$ 105

Literaturverzeichnis

[1] D. ANDERSON: *Alignment of resonant optical cavities*. Applied Optics, 23:2944–2949, 1984.

[2] H. A. BACHOR: *A guide to experiments in quantum optics*. Wiley - VCH, 1. edition, 1998.

[3] I. N. BRONSTEIN und K. A. SEMENDJAJEW: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 24. Auflage, 1993.

[4] K. DANZMANN, H. LÜCK, A. RÜDIGER, R. SCHILLING, M. SCHREMPEL, W. WINKLER, J. HOUGH, G. P. NEWTON, N. A. ROBERTSON, H. WARD, A. M. CAMPBELL, J. E. LOGAN, D. I. ROBERTSON, K. A. STRAIN, J. R. J. BENNETT, V. KOSE, M. KÜHNE, B. F. SCHUTZ, D. NICHOLSON, J. SHUTTLEWORTH, H. WELLING, P. AUFMUTH, R. RINKLEFF, A. TÜNNERMANN und B. WILLKE: *GEO 600 – Proposal for a 600m laser-interferometric gravitational wave antenna*, volume 190 of *MPQ*. MPQ Garching, 1994.

[5] W. DEMTRÖDER: *Laserspektroskopie*. Springer-Verlag, 3. Auflage, 1993.

[6] R. W. P. DREVER und COLLEAGUES: *Gravitational wave detectors using laser interferometers and optical cavities*. Proc. of the NATO ASI Quantum Optics and Experimental General Relativity, Bad Windsheim 1981 in Quantum Optics, Experimental Gravity and Measurement Theory, Plenum (New York 1983) pp. 503-524.

[7] R. W. P. DREVER, J. L. HALL, F. V. KOWALSKI, J. HOUGH, G. M. FORD und A. J. MUNLEY: *Laser phase and frequency stabilisation using an optical resonator*. Appl. Phys. B, 31:97–105, 1983.

[8] A. FREISE: *Ein neues Konzept für Signal - Recycling*. Diplomarbeit, Universität Hannover, Institut für Atom- und Molekülphysik, 1998.

[9] P. FRITSCHEL, N. MAVALVALA, D. SHOEMAKER, D. SIGG, M. ZUCKER und G. GONZALEZ: *Alignment of an interferometric gravitational wave detector*. Applied Optics, 37:6734–6747, 1998.

[10] E. HECHT: *Optik*. Addison-Wesley, 2. Auflage, 1989.

[11] G. HEINZEL, J. MIZUNO, R. SCHILLING, W. WINKLER, A. RÜDIGER und K. DANZMANN: *An experimental demonstration of resonant sideband extraction for laser-interferometric gravitational wave detectors*. Phys. Lett. A, (217):305–314, 1996.

[12] G. HEINZEL, A. RÜDIGER, R. SCHILLING, K. STRAIN, W. WINKLER, J. MIZUNO und K. DANZMANN: *Automatic beam alignment in the garching 30-m prototype of a laser-interferometric gravitational wave detector*. Opt. Comm., 160:321–334, 1999.

[13] G. HEINZEL: *Resonant sideband extraction*. Master's thesis, Universität Hannover, Institut für Atom- und Molekülphysik, 1995.

[14] G. HEINZEL: *Advanced optical techniques for laser-interferometric gravitational-wave detectors*. PhD thesis, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, February 1999.

[15] G. HEINZEL: *Liso - program for linear simulation and optimization of analog electronic circuits*. Benutzerhandbuch, 1999.

[16] A. HOCK: *Transformations- und Resonanzschaltungen in der Hochfrequenztechnik*. R. Oldenbourg Verlag, 1. Auflage, 1978.

[17] P. HOROWITZ und W. HILL: *The art of electronics*. Cambridge University Press, 2. edition, 1989.

[18] N. MAVALVALA, D. SIGG und D. SHOEMAKER: *Experimental test of an alignment-sensing scheme for a gravitational-wave interferometer*. Applied Optics, 37:7743–7746, 1998.

[19] B. J. MEERS und K. A. STRAIN: *Modulation, signal and quantum noise in interferometers*. Phys. Rev. A, 44:4693–4703, 1991.

[20] B. J. MEERS: *Recycling in laser-interferometric gravitational-wave detectors*. Phys. Rev. D, 38(8):2317, 1988.

[21] J. MIZUNO: *Comparison of optical configurations for laserinterferometric gravitational-wave detectors*. Doktorarbeit, Universität Hannover, Juli 1995. Auch als MPQ-Bericht 203.

[22] E. MORRISON, B. J. MEERS, D. I. ROBERTSON und H. WARD: *Automatic alignment of optical interferometers*. Applied Optics, 33:5041–5049, 1994.

[23] E. MORRISON, B. J. MEERS, D. I. ROBERTSON und H. WARD: *Experimental demonstration of an automatic alignment system for optical interferometers*. Applied Optics, 33:5037–5040, 1994.

[24] T. M. NIEBAUER, R. SCHILLING, K. DANZMANN, A. RÜDIGER und W. WINKLER: *Nonstationary shot noise and its effect on the sensitivity of interferometers*. Phys. Rev. A, 43:5022–5029, 1991.

[25] H. PESCHL: *HF - Leitung als Übertragungsglied und Bauteil*. Hüthig und Pflaum Verlag, 1. Auflage, 1979.

[26] R. V. POUND: *Electronic frequency stabilization of microwave oscillators*. Rev. Sci. Instrum., 17:490–505, 1946.

[27] P. R. SAULSON: *Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors*. World Scientific, 1994.

[28] A. E. SIEGMAN: *Lasers*. University Science Books, 1986.

[29] K. A. STRAIN: *Techniques in laser interferometry for the detection of gravitational radiation*. PhD thesis, University of Glasgow, 1990.

[30] K. A. STRAIN und B. J. MEERS: *Experimental demonstration of dual recycling for interferometric gravitational-wave detectors*. Phys. Rev. Lett., 66(11):1391, 1991.

[31] U. TIETZE und C. SCHENK: *Halbleiter - Schaltungstechnik*. Springer Verlag, 10. Auflage, 1993.

[32] L. v. WANGENHEIM: *Aktive Filter in RC- und SC- Technik*. Hüthig - Verlag, 1991.

[33] A. YARIV: *Quantum electronics*. J. Wiley & Sons, 3rd edition, 1989.

[34] B. ZINKE: *Lehrbuch der Hochfrequenztechnik*, Band 1. Springer Verlag, 3. Auflage, 1986.

Danksagung

Für die sehr gute Unterstützung und das gute Klima bei der Durchführung dieser Arbeit danke ich allen Mitarbeitern in Hannover und Garching, wie auch den GEO-Kollegen in Glasgow.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Danzmann, der es mir ermöglicht hat an diesem sehr interessanten Experiment zu arbeiten.

Für die gute Einführung in das Thema danke ich Gerhard Heinzel, der insbesondere während der ersten zwei Monate dieser Arbeit in Garching viel Zeit für mich hatte und auf dessen Arbeit zum Autoalignment vieles des Dargestellten beruht.

Vielen Dank Benno Willke, Harald Lück und Andreas Freise für viele Hilfen und interessante Diskussionen. Dank an Sascha Brozek für seine Unterstützung (manchmal auch mit Zigaretten).

Allen Diplomandenkollegen- und Kolleginnen danke ich für die gute Gemeinschaft: Stefan Goßler, Frank Homann, Volker Leonhardt, Karsten Kötter, Hardo Stoehr, Michèle Kirchner und Uta Weiland.

Andreas Weidner hat mich gelegentlich in Fragen zu Elektronik beraten, und die vielen Teile des Experiments wären nicht so schnell entstanden ohne die Hilfe von Bernd Matthias und Michaela Maleç, die dafür über 4000 Bauteile verlötet haben.

Für das Korrekturlesen des Manuskripts danke ich Gerhard Heinzel und Andreas Freise, aber auch Bettina Grote und Martin Lander, durch dessen Anmerkungen Kapitel 1 hoffentlich noch etwas klarer wurde.

Selbständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln erstellt zu haben.

Hannover, den 14. Juni 1999

(Hartmut Grote)